Microeconomía

Equilibrio general

Leandro Zipitría

Departamento de Economía
Facultad de Ciencias Sociales - UdelaR

Maestría en Economía Internacional

Índice

Índice

Objetivos

- Ilustrar con ejemplos sencillos el equilibrio general
- Definir economía privada competitiva
- Definir equilibrio general
- Presentar los dos teoremas fundamentales del bienestar

Índice

Índice

Componentes

- Economía de intercambio y consumo: no hay producción
- Agentes tomadores de precio (agentes $=$ poblaciones)
- 2 consumidores $i = 1, 2$; 2 bienes $\ell = 1, 2$
- Consumo (agente i): $x_i \in \mathbb{R}^2_+ : x_i = (x_{1i}, x_{2i})$; es decir, $x_{\ell i}$; preferencias $\succeq_i$
- Dotaciones (agente i): $\omega_i = (\omega_{1i}, \omega_{2i})$; Dotaciones (bien ℓ): $\bar{\omega} = \omega_{\ell 1} + \omega_{\ell 2}$

Asignación

- Una asignación $x \in \mathbb{R}^4_+$ asigna un vector de consumo para cada consumidor: $x = (x_1, x_2) = ((x_{11}, x_{21}), (x_{12}, x_{22}))$
- Una asignación es factible en la economía si: $x_{\ell 1} + x_{\ell 2} \leq \bar{\omega}_l$, para $\ell = 1, 2$
  - Si se cumple restricción igualdad $\Rightarrow$ asignaciones factibles son sin desperdicio
- Economía se puede representar por una Caja de Edgeworth

Caja de Edgeworth

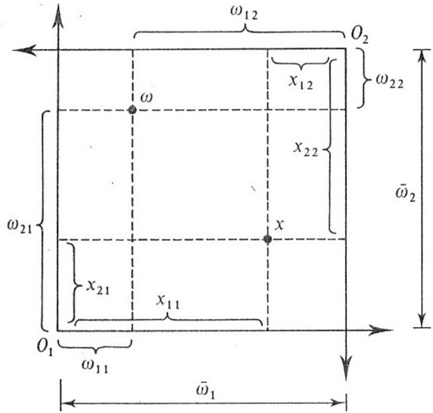


Figura: Caja de Edgeworth.

Caja de Edgeworth: explicación

- Origen "abajo" consumidor 1; origen "arriba" consumidor 2
- Eje horizontal bien 1; eje vertical bien 2
- Dimensiones caja: "ancho" $= \bar{\omega}_1$; "alto" $= \bar{\omega}_2$
- Todo punto en la caja representa (sin desperdicio)
  - una división de las dotaciones totales entre los consumidores; ej. $\omega = ((\omega_{11}, \omega_{21}), (\omega_{12}, \omega_{22}))$
  - una asignación posible; ej. $x = ((x_{11}, x_{21}), (x_{12}, x_{22}))$
  - sin desperdicio: $(x_{12}, x_{22}) = (\bar{\omega}_1 - x_{11}, \bar{\omega}_2 - x_{21})$

Precios y restricciones

- Riqueza de consumidor i es valor de mercado de su dotación
- Para cualquier precios $p = (p_1, p_2) \Rightarrow p \cdot \omega_i = p_1 \cdot \omega_{1i} + p_2 \cdot \omega_{2i}$
- Conjunto presupuestal consumidor i

$$B_i(p) = \left\{ x_i \in \mathbb{R}^2_+ \ : \ p \cdot x_i \leq p \cdot \omega_i \right\}$$

- Conjunto presupuestal en la caja de Edgeworth: la recta con pendiente $-(p_1/p_2)$ que pasa por punto ω
- Nota: sólo las asignaciones sobre la recta pueden ser compradas por ambos consumidores

Caja de Edgeworth: conjuntos presupuestales

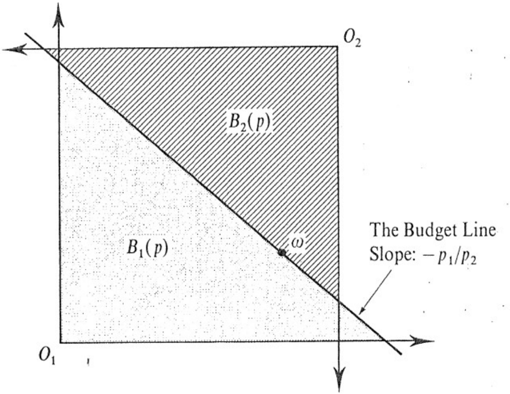


Figura: Conjuntos presupuestales.

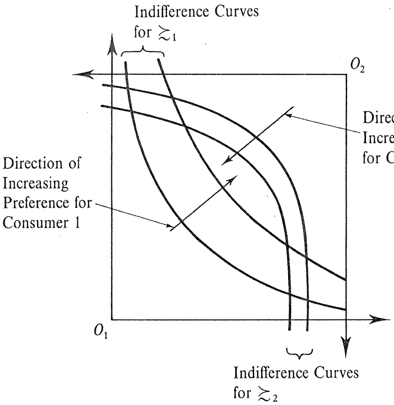
Preferencias, consumo

- Preferencias $\succeq_i$ estrictamente convexas, continuas y fuertemente monótonas
- Vector de consumo: curva de indiferencia tangente a recta de precios
- Demanda: $x_i(p, p \cdot \omega_i)$, donde $w_i = p \cdot \omega_i$
- Figura: Preferencias y consumo

Oferta

- Oferta: diferencia entre dotación y consumo del bien
- Si p varía $\Rightarrow$ la recta de presupuesto rota sobre ω $\Rightarrow$ demanda dibuja una curva: **curva de oferta** del consumidor i
- Para i los puntos sobre su curva de oferta están por "encima" de ω y es tangente a la curva de indiferencia en ω
  - dado p la dotación ω_i es factible para i $\Rightarrow$ la curva de oferta está en el conjunto del contorno superior de ω_i
- Figura: Curva de oferta

Caja de Edgeworth: preferencias y consumo



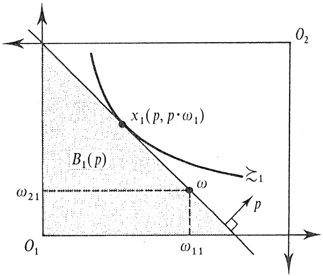


Figura: Izquierda: preferencias; Derecha: consumo óptimo.

Caja de Edgeworth: oferta

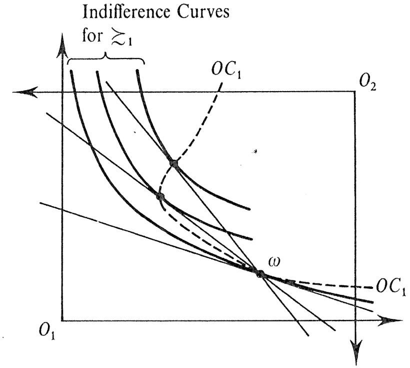


Figura: Curva de oferta del consumidor 1.

Volver

Preferencias, consumo

- Preferencias $\succeq_i$ estrictamente convexas, continuas y fuertemente monótonas
- Vector de consumo: curva de indiferencia tangente a recta de precios
- Demanda: $x_i(p, p \cdot \omega_i)$, donde $w_i = p \cdot \omega_i$
- Figura: Preferencias y consumo

Oferta

- Si p varía $\Rightarrow$ la recta de presupuesto rota sobre ω $\Rightarrow$ demanda dibuja una curva
- **Curva de oferta** del consumidor i: todos los puntos de intersección entre preferencias y recta presupuestal
- Para i los puntos sobre su curva de oferta están por "encima" de ω y es tangente a la curva de indiferencia en ω
  - dado p la dotación ω_i es factible para i $\Rightarrow$ la curva de oferta está en el conjunto del contorno superior de ω_i
- Figura: Curva de oferta

Definición: equilibrio walrasiano

Definición

Un equilibrio walrasiano o competitivo para una economía de caja de Edgeworth es un vector de precios p^* y una asignación $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ en la caja de Edgeworth tal que para $i = 1, 2$,

$$x_i^* \succeq_i x_i^{'} \quad \forall x_i^{'} \in B_i(p^*)$$

- En un equilibrio walrasiano, oferta y demanda de consumidores son iguales
- Nota: si $p^* = (p_1^*, p_2^*)$ es un vector de precios de un equilibrio walrasiano $\Rightarrow \alpha p^* = (\alpha p_1^*, \alpha p_2^*)$ también
- En equilibrio sólo p_1^*/p_2^* importa

Caja de Edgeworth: equilibrio walrasiano

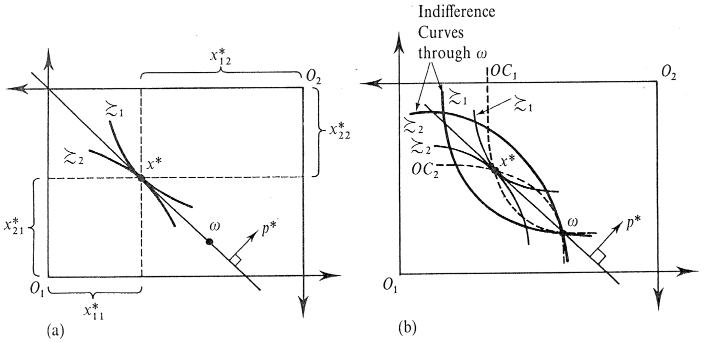


Figura: (a) Equilibrio walrasiano; (b) Intersección curvas de oferta en la asignación de equilibrio walrasiano.

Ejemplo

- $u_i\left(x_{1i}, x_{2i}\right) = x_{1i}^{\alpha} x_{2i}^{1-\alpha}$, dotaciones $\omega_1 = (1, 2)$ y $\omega_2 = (2, 1)$, precios $p = \left(p_1, p_2\right)$
- Riqueza consumidor 1: $p_1 + 2p_2 \Rightarrow$ demanda (curva de oferta)

$$OC_1\left(p\right) = \left(\frac{\alpha\left(p_1 + 2p_2\right)}{p_1}, \frac{\left(1-\alpha\right)\left(p_1 + 2p_2\right)}{p_2}\right)$$

- Consumidor 2: $OC_2\left(p\right) = \left(\frac{\alpha(2p_1+p_2)}{p_1}, \frac{(1-\alpha)(2p_1+p_2)}{p_2}\right)$
- Precios: $x_{11} + x_{12} = \omega_{11} + \omega_{12} \Rightarrow \frac{\alpha\left(p_1^* + 2p_2^*\right)}{p_1^*} + \frac{\alpha\left(2p_1^* + p_2^*\right)}{p_1^*} = 3$ $\Rightarrow \frac{p_1^*}{p_2^*} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$
- El mercado 2 está en equilibrio con esta solución (Lema Walras)

Propiedades del equilibrio walrasiano

Definición

Una asignación x en una caja de Edgeworth es óptimo de Pareto o Pareto eficiente si no existe otra asignación x' en la caja de Edgeworth tal que $x_i' \succeq_i x_i$ para $i = 1, 2$ y $x_i' \succ_i x_i$ para algún i.

Figura: Óptimo de Pareto

- El conjunto de todas las asignaciones óptimas de Pareto se conoce como conjunto de Pareto
- Curva de contrato: parte del conjunto de Pareto donde ambos consumidores están al menos tan bien como con sus dotaciones iniciales
- Figura: Conjunto de Pareto

Caja de Edgeworth: óptimo de Pareto

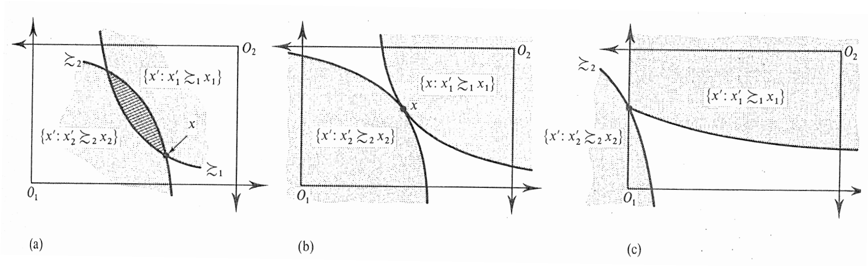


Figura: (a) Asignación no Pareto óptima; (b) y (c) Asignaciones Pareto óptimas.

Volver

Caja de Edgeworth: conjunto de Pareto

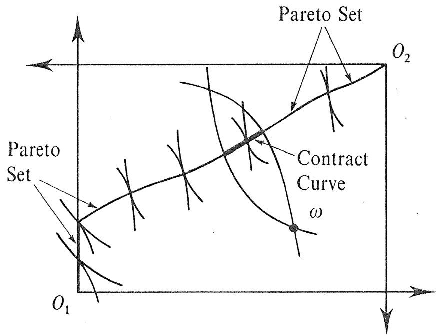


Figura: El conjunto de Pareto y la curva de contrato.

◂ Volver

Propiedades del equilibrio walrasiano

Definición

Una asignación x en una caja de Edgeworth es óptimo de Pareto o Pareto eficiente si no existe otra asignación $x^{'}$ en la caja de Edgeworth tal que $x_i^{'} \succeq_i x_i$ para $i = 1, 2$ y $x_i^{'} \succ_i x_i$ para algún i.

Figura: Óptimo de Pareto

- El conjunto de todas las asignaciones óptimas de Pareto se conoce como conjunto de Pareto
- Curva de contrato: parte del conjunto de Pareto donde ambos consumidores están al menos tan bien como con sus dotaciones iniciales
- Figura: Conjunto de Pareto

Primer Teorema del Bienestar

Hecho

(Primer teorema del Bienestar) Toda asignación de equilibrio walrasiano x^* pertenece necesariamente al conjunto de Pareto

- Por definición de equilibrio walrasiano la recta presupuestal separa los dos conjuntos "al menos tan buenos como" asociados a la asignación x^*
- $\Rightarrow$ no hay ninguna asignación posible alternativa que beneficie a un consumidor sin perjudicar a otro
- $\Rightarrow$ Si la economía es competitiva, cualquier asignación de equilibrio es un óptimo de Pareto
- La única intervención posible es por objetivos distributivos

Segundo Teorema del Bienestar

Hecho

(Segundo teorema del Bienestar) bajo condiciones de ***convexidad****, un planificador central puede alcanzar cualquier asignación óptima de Pareto deseada redistribuyendo de forma apropiada riqueza a través de transferencias de suma fija y permitiendo que el mercado asigne los recursos*

Definición

Una asignación x^* en la caja de Edgeworth es un equilibrio con transferencias si existe un sistema de precios p^* y transferencias de riqueza T_1 y T_2 tales que $T_1 + T_2 = 0$, de forma tal que para cada consumidor i se tiene que

$$x_i^* \succeq_i x_i' \quad \forall x_i' \in \mathbb{R}_+^2 \quad \text{tal que } p^* \cdot x_i' \leq p^* \cdot \omega_i + T_i$$

Caja de Edgeworth: Segundo Teorema del Bienestar

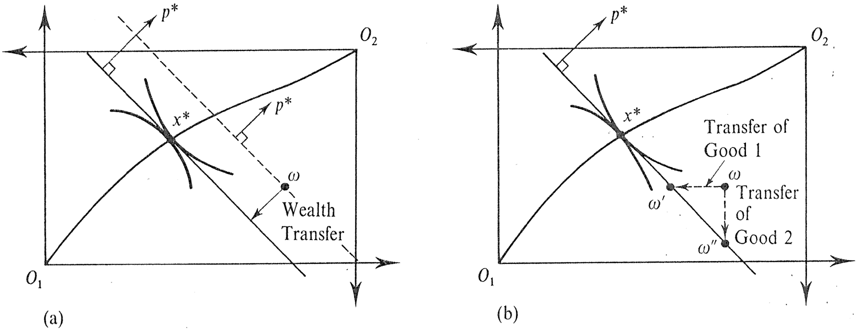


Figura: STB. (a) Usando transferencias de riqueza; (b) Usando transferencia de dotaciones.

Índice

Supuestos

- Economía: un consumidor; una empresa; dos bienes (trabajo/ocio $\{z, x_1\}$, bien de consumo $\{x_2\}$)
- Consumidor: preferencias $\succeq$ continuas, convexas y fuertemente monótonas sobre x_1 y x_2; dotación, sólo de $\overline{L}$ unidades de x_1
- Empresa: insumo z (trabajo); función de producción $f(z)$ estrictamente cóncava
- Empresas contratan a trabajadores; trabajadores son dueños de empresas

Programas

Empresas

- p precio producto, w precio insumo
- $\underset{z\geq 0}{Max} \quad pf(z) - wz$
- $\Rightarrow z(p,w)$ demanda trabajo; $q(p,w)$ producción; $\pi(p,w)$ beneficios

Consumidores

- $u(x_1, x_2)$ representa $\succeq$
- $\underset{(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2_+}{Max} \quad u(x_1, x_2)$

  $px_2 \leq w\left(\overline{L} - x_1\right) + \pi(p,w)$
- $\Rightarrow (x_1(p,w), x_2(p,w))$

Equilibrio Walrasiano

Equilibrio walrasiano

es el par (p^*, w^*) tal que los mercados de trabajo y consumo cierran:

$$x_2(p^*, w^*) = q(p^*, w^*)$$

$$z(p^*, w^*) = \overline{L} - x_1(p^*, w^*)$$

- En un equilibrio competitivo, surge una combinación consumo - ocio $\iff$ maximiza la utilidad del consumidor sujeta a las restricciones tecnológicas y de dotaciones de la economía

Figura: $\nexists$ equilibrio walrasiano

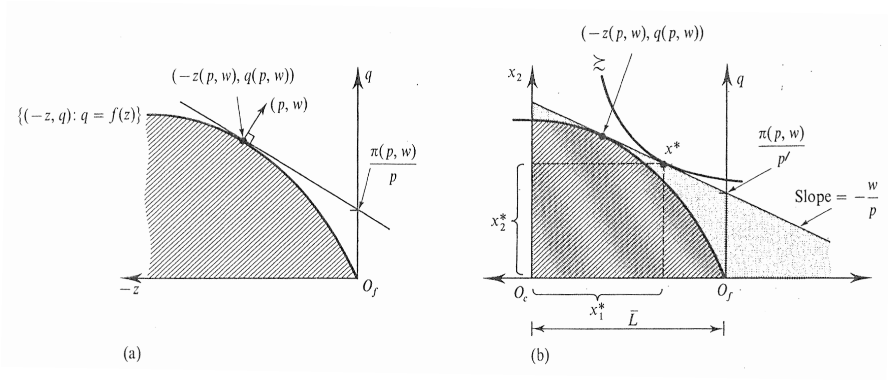


Figura: (a) Problema empresa; (b) Problema consumidor.

Figura: equilibrio walrasiano

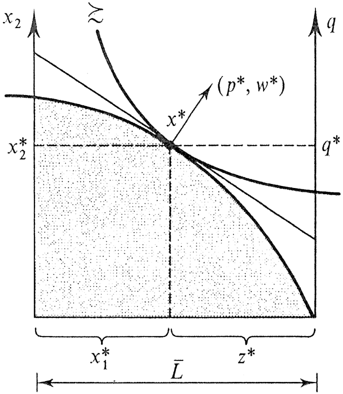


Figura: Equilibrio walrasiano.

Índice

Índice

Componentes

- Economía:
  - I consumidores $i = 1, \ldots, I$;
  - J empresas $j = 1, \ldots, J$;
  - L bienes $\ell = 1, ..., L$

- Consumidores
  - conjunto de consumo $X_i \subset \mathbb{R}^L$
  - preferencias $\succeq_i$ sobre X_i
  - racionales (completas y transitivas)

- Empresas
  - cada empresa j tiene conjunto de producción $Y_j \subset \mathbb{R}^L$
  - Y_j es no vacío y cerrado

- Dotaciones de la economía: $\bar{\omega} = (\bar{\omega}_1, \ldots, \bar{\omega}_L) \in \mathbb{R}^L$
- $\Rightarrow$ economía es $\left(\{X_i, \succeq_i\}_{i=1}^I, \{Y_j\}_{j=1}^J, \bar{\omega}\right)$

Asignación

Definición

Una asignación $(x, y) = (x_1, \ldots, x_I, y_1, \ldots, y_J)$ es una especificación de un vector de consumo $x_i \in X_i$ para cada consumidor $i = 1, \ldots, I$ y un vector de producción $y_j \in Y_j$ para cada empresa $j = 1, \ldots, J$. La asignación (x, y) es factible si

$$\sum_{i=1}^{I} x_{\ell i} \leq \bar{\omega} + \sum_{j=1}^{J} y_{\ell j} \quad \text{para } \ell = 1, \ldots, L$$

El conjunto de las asignaciones posibles es

$$A = \left\{ (x, y) \in X_1 \times \ldots \times X_I \times Y_1 \times \ldots \times Y_J : \sum_i x_i = \bar{\omega} + \sum_j y_j \right\} \subset \mathbb{R}^{L(I+J}$$

Óptimo de Pareto

Definición

Una asignación factible (x, y) es Pareto óptima -o Pareto eficiente- si no hay otra asignación posible $\left(x^{'}, y^{'}\right) \in A$ que la domine en términos de Pareto, es decir, si no hay asignación posible $\left(x^{'}, y^{'}\right)$ tal que $x_i^{'} \succeq_i x_i \; \forall i$ y $x_i^{'} \succ_i x_i$ para algún i.

- Una asignación Pareto óptima utiliza los recursos de forma eficiente: no hay forma de mejorar a algún consumidor sin empeorar al resto
- Nada dice respecto a si la asignación es equitativa, es decir en términos distributivos

Economía de propiedad privada

- Se estudia propiedades de las economías de propiedad privada competitivas:
    - Todos los bienes se transan en un mercado
    - Precios son conocidos públicamente
    - Consumidores y productores toman precios como dato
    - Consumidores transan para maximizar su bienestar
    - Empresas produce y comercian para maximizar beneficios

Economía de propiedad privada: formalización

- Formalmente:
  - consumidor i tiene un vector de dotaciones iniciales $\omega_i \in \mathbb{R}^L$ y derecho a una proporción $\theta_{ij} \in [0,1]$ de beneficios de la empresa j
  - se cumple que $\bar{\omega} = \sum_i \omega_i$ y $\sum_i \theta_{ij} = 1$ para cada empresa j
- Representación:

$$\left(\{X_i, \succeq_i\}_{i=1}^{I}, \{Y_j\}_{j=1}^{J}, \{\omega_i, \theta_{i1}, \ldots, \theta_{iJ}\}_{i=1}^{I}\right)$$

Definición: equilibrio competitivo

Definición

Dada una economía de propiedad privada especificada por $\left(\{X_i, \succeq_i\}_{i=1}^{I}, \{Y_j\}_{j=1}^{J}, \{\omega_i, \theta_{i1}, \ldots, \theta_{iJ}\}_{i=1}^{I}\right)$, una asignación (x^*, y^*) y un vector de precios $p = (p_1, \ldots, p_L)$ constituyen un equilibrio competitivo o walrasiano si:

1. Para cada empresa j, y_j^* maximiza beneficios en Y_j

$$p \cdot y_j \leq p \cdot y_j^* \qquad \forall\, y_j \in Y_j$$

2. Para cada consumidor i, x_i^* es máxima para $\succeq_i$ en el conjunto presupuestario $x_i \in X_i \, : \, p \cdot x_i \leq p \cdot \omega_i + \sum_j \theta_{ij} \left(p \cdot y_j^*\right)$
3. Cierre de mercado. $\sum_{i=1}^{I} x_i^* = \bar{\omega} + \sum_j y_j^*$

Definición: equilibrio competitivo con transferencias

Definición

Dada una economía especificada por $\left(\{X_i, \succeq_i\}_{i=1}^{I}, \{Y_j\}_{j=1}^{J}, \bar{\omega}\right)$, una asignación (x^*, y^*) y un vector de precios $p = (p_1, \ldots, p_L)$ constituyen un equilibrio de precios con transferencias si existe una asignación de los niveles de riqueza $(w_1, \ldots, w_I)$ con $\sum_i w_i = p \cdot \bar{\omega} + \sum_j \left(p \cdot y_j^*\right)$ tal que:

1. Para cada empresa j, y_j^* maximiza beneficios en Y_j

$$p \cdot y_j \leq p \cdot y_j^* \qquad \forall y_j \in Y_j$$

2. Para cada consumidor i, x_i^* es máxima para $\succeq_i$ en el conjunto presupuestario $x_i \in X_i : p \cdot x_i \leq w_i$
3. Cierre de mercado. $\sum_{i=1}^{I} x_i^* = \bar{\omega} + \sum_j y_j^*$

Equilibrio competitivo con transferencias

- Requiere que haya alguna distribución de riqueza tal que una asignación (x^*, y^*) y un vector de precios $p \in \mathbb{R}^L$ sean un equilibrio
- El equilibrio walrasiano es un caso especial del equilibrio competitivo con transferencias
  - se da en el caso en que la distribución de riqueza es igual a la dotación inicial de los consumidores
- Las transferencias son como impuestos de suma fija que reparten la riqueza (dotaciones + retorno de empresas) entre consumidores

Índice

Condiciones

- Establece las condiciones para que un equilibrio de precio con transferencias -y, en particular- un equilibrio walrasiano, sea óptimo de Pareto
- Es la versión formal de la propiedad de la “mano invisible” de los mercados de Adam Smith
- Sólo requiere que las preferencias sean no saciadas localmente

Definición: no saciabilidad local

Definición

La relación de preferencias $\succeq_i$ sobre el conjunto de consumo X_i es localmente no saciada si $\forall x_i \in X_i$ y $\forall \varepsilon > 0$, existe un $x_i^{'} \in X_i$ tal que $\left\| x_i^{'} - x_i \right\| \leq \varepsilon$ y $x_i^{'} \succ x_i$.

- Si $x_i^{'}$ es "mayor" a $x_i \Rightarrow$ es preferido
- Se cumple si alguno de los bienes es deseable (es decir, son bienes)
- Implica que el conjunto de consumo X_i no puede estar acotado (¿por qué?)

Primer Teorema del Bienestar

Teorema

Primer Teorema Fundamental del Bienestar Si las preferencias son localmente no saciadas, y si (x^*, y^*, p) *es un equilibrio de precio con transferencias, entonces la asignación* (x^*, y^*) *es óptima de Pareto. En particular, cualquier asignación de equilibrio walrasiano es óptimo de Pareto.*

Demostración.

Libro Mas-Colell, Whinston y Green página 549. $\square$

Primer Teorema del Bienestar: implicaciones

- Presenta las bondades del equilibrio competitivo
- Se basa en supuestos fuertes:

1. mercados completos: todos los bienes tienen precio
2. agentes tomadores de precio

- Siguiente sección del curso estudia circunstancias donde no se cumple (externalidades, poder de mercado e información asimétrica)

Definición

Dada una economía especificada por $\left(\{X_i, \succeq_i\}_{i=1}^{I}, \{Y_j\}_{j=1}^{J}, \bar{\omega}\right)$, una asignación (x^*, y^*) y un vector de precios $p = (p_1, \ldots, p_L) \neq 0$ constituyen un cuasi equilibrio de precios con transferencias si existe una asignación de los niveles de riqueza $(w_1, \ldots, w_I)$ con $\sum_i w_i = p \cdot \bar{\omega} + \sum_j \left(p \cdot y_j^*\right)$ tal que:

1. Para cada empresa j, y_j^* maximiza beneficios en Y_j

$$p \cdot y_j \leq p \cdot y_j^* \qquad \forall\, y_j \in Y_j$$

2. Para cada consumidor i, si $x_i \succeq_i x_i^* \Rightarrow p \cdot x_i \geq w_i$
3. Cierre de mercado. $\sum_{i=1}^{I} x_i^* = \bar{\omega} + \sum_j y_j^*$

Definición (cont.)

- Similar a Equilibrio de precio con transferencias
- Si es un equilibrio de precio con transferencias $\Rightarrow$ es un cuasi equilibrio de precios con transferencias ($\not\Leftarrow$)

Segundo Teorema del Bienestar

Teorema

Sea una economía especificada por $\left(\{X_i, \succeq_i\}_{i=1}^{I}, \{Y_j\}_{j=1}^{J}, \bar{\omega}\right)$ *y sea que todo conjunto* Y_j *es convexo y todas las relaciones de preferencias* $\succeq_i$ *son convexas y localmente no saciadas. Entonces, para toda asignación* (x^*, y^*) *óptimo de Pareto existe un vector de precios* $p = (p_1, \ldots, p_L) \neq 0$ *tal que* (x^*, y^*, p) *es un cuasi equilibrio de precio con transferencias.*

Demostración.

Libro Mas-Colell, Whinston y Green página 552 a 554. $\square$

Segundo Teorema del Bienestar: implicaciones

- Mercados competitivos -eficientes en términos de Pareto- permiten obtener -cualquier- resultado distributivo deseables
- Eficiencia y distribución van de la mano !
- Limitaciones:
  - agentes no tomadores de precio
  - información requerida por el "dictador benevolente" para imponer los precios, principalmente en consumidores (preferencias y dotaciones)

Tensión eficiencia - distribución

Si no es posible implementar transferencias $\Rightarrow$ los esquemas redistributivos afectan la eficiencia (segundo óptimo)