



Modelos

Desarrollo económico

FCEA - FCS

11 de septiembre de 2025

Maestría en Economía (Opción Análisis Económico)



Ciencias Sociales
Universidad de la República
URUGUAY



Objetivos

1. Presentar los principales modelos de crecimiento (... y la verdad que no mucho más).



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Presentación

- Vamos a representar el crecimiento de los países.
- Vamos a ir incorporando las variables de forma de ir complejizando el modelo de a poco.
- Empecemos con el modelo de **Solow-Swan**.



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Supuestos

- Supongamos: i) dada la oferta de trabajo y ii) dado el conocimiento tecnológico; ambos constante en el tiempo.
- La función de producción es

$$Y = K^{\alpha}$$

donde Y es el producto, y K el capital, $\alpha < 1$.

- ¡Importante! $\alpha < 1 \iff$ **rendimientos decrecientes a escala** (RDE).
- RDE: si doy mas K a gente (dada) $\implies$ llega un punto que es redundante (mas pizarras, pantallas...).



Crecimiento

- Como la población no crece y no hay cambio tecnológico
 $\Rightarrow Y$ solo crece si K crece.

$$I = \Delta K = sY - \delta K$$

- Donde:
 - $I = \Delta K$ es el crecimiento del capital,
 - sY es el ahorro (s la tasa) de las familias,
 - δK es el capital que se deprecia (δ la tasa de depreciación).



Crecimiento (cont.)

- La ecuación anterior puede escribirse como:

$$\Delta K = sK^\alpha - \delta K$$

- Esta ecuación determina el crecimiento de la economía.
 - El ahorro (sK^α) crece de forma decreciente.
 - La depreciación crece de forma lineal.
- Siempre que $sK^\alpha > \delta K \implies$ la economía **crece**.
- Cuando $sK^\alpha = \delta K$ la economía deja de crecer y llega al **estado estacionario**.



Figura

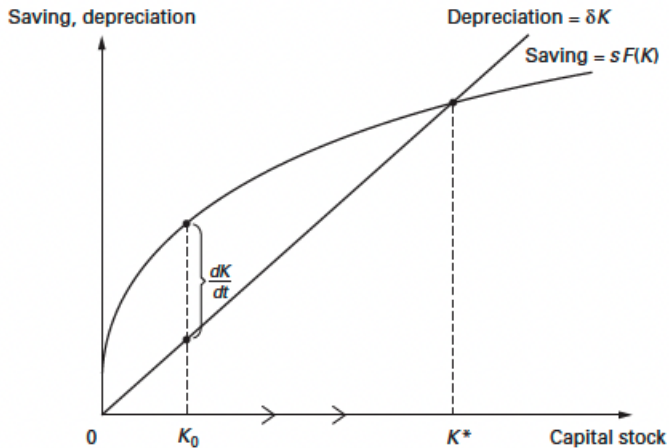




Figura: explicación

- En K_0 como el ahorro es mayor a la depreciación $\Rightarrow$ el capital crece.
- Cuando llega a K^* ahorro y depreciación se igualan $\Rightarrow$ la economía deja de crecer.
- Noten que $\uparrow s$ mueve la curva hacia arriba $\Rightarrow$
 - **aumenta temporalmente el crecimiento,**
 - eventualmente el crecimiento se detiene de nuevo,
 - sin embargo, el nuevo **nivel** de producto es mayor.



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Supuestos

- Supongamos que el conocimiento tecnológico es constante en el tiempo.
- La función de producción es ahora $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$
donde Y es el producto, K el capital, L el empleo —si hay pleno empleo y cada trabajador oferta una unidad de trabajo, es la población— y $\alpha < 1$.
- Sea $y = Y/L$ el producto per cápita, y $k = K/L$ el stock de capital per cápita $\implies$

$$y = k^\alpha$$



Paréntesis

- Noten que la productividad por trabajador del capital es $\frac{\partial y}{\partial k} = \alpha k^{\alpha-1} = \frac{\alpha}{k^{1-\alpha}}$.
- Es decir, el incremento al producto p/c del aumento en el capital p/c $\rightarrow 0$ cuando $k \rightarrow \infty$.
- El capital es un bien privado (vemos esto en un rato) $\implies$ no puedo aumentar la productividad del trabajador dándole más capital.
- A medida que el capital que tiene el trabajador aumenta, su productividad disminuye.



Crecimiento

- La población crece a la tasa $n = \Delta L / L$.
- Ahora ojo que $\Delta k = \frac{\Delta K}{L^2} L - \frac{\Delta L}{L^2} K = \frac{\Delta K}{L} - \frac{\Delta L}{L} k \implies$
 $\Delta k = \frac{\Delta K}{L} - nk$.
- Antes teníamos que $\Delta K = sY - \delta K \implies \frac{\Delta K}{L} = s \frac{Y}{L} - \delta \frac{K}{L}$
 $\iff \frac{\Delta K}{L} = sy - \delta k$
- Usando las dos ecuaciones tenemos que:

$$\Delta k = sy - (n + \delta) k$$



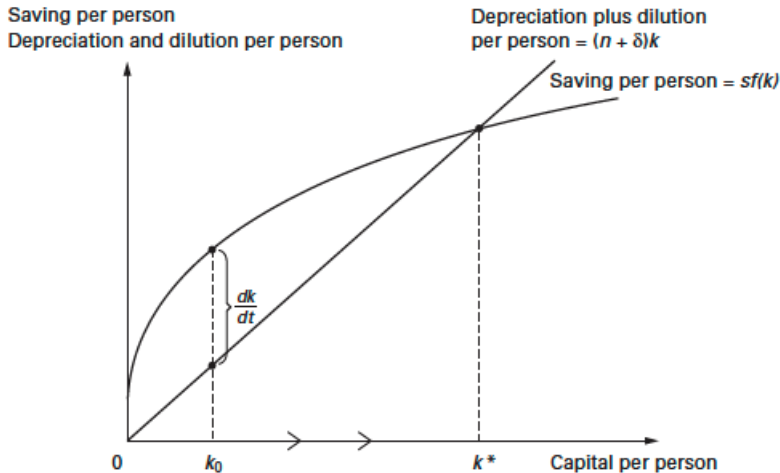
Crecimiento (cont.)

- El crecimiento de la población hace que, para mantener el mismo nivel de capital per cápita, el capital tenga que crecer **más** que antes.
- El problema es idéntico al anterior, pero en vez de en capital ahora en capital per cápita.
 - la economía crece hasta el punto k^* en el cual

$$\Delta k = 0 \iff sy^* = (n + \delta)k^*$$
 - a partir de allí, la economía deja de crecer.



Resultados





Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Resumiendo

- Los modelos anteriores muestran que es imposible sostener el crecimiento económico en el largo plazo.
- **Problema: rendimientos decrecientes a escala.**
- ¿Es un supuesto razonable? Intuitivamente es la idea de que cuando falta todo, es fácil crecer (después matizamos):
 - si faltan sillas, no hay proyectores, ni pizarras, agregar esto mejora mucho las clases,
 - a medida que se resuelve, es más difícil pensar “mejorar” las clases,
 - en el “margen” hacer mas de lo mismo hace difícil mantener el crecimiento.



Como avanzar

- El problema es “mover” la función de producción.
- ⇒ hay que **¡innovar!**.
- Noten la evolución de este modelo y las discusiones políticas: ¡pasamos de ahorrar como los países asiáticos (s), a aumentar la inversión (K), al mundo de la innovación y la tecnología (A)!
 - Nota personal: el desarrollo de los fetichismos del desarrollo (o la moda).



Supuestos

- Hay un parámetro de productividad exógena A que evoluciona a tasa exógena constante (exponencial) g .
- La función de producción es ahora $Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$ donde Y es el producto, K el capital, L el empleo, A la productividad del empleo, y $\alpha < 1$.
- Definamos las variables en función de AL :
 - $\kappa = K/AL$, (capital por unidad “eficiente” de trabajo)
 - $\varphi = Y/AL = \kappa^\alpha$.



Crecimiento

- Llegamos a una ecuación similar a las anteriores:

$$\Delta\kappa = s\kappa^\alpha - (n + g + \delta)\kappa$$

- De nuevo, $\Delta\kappa \rightarrow 0$ cuando $\kappa \rightarrow \kappa^*$, el valor de equilibrio de LP y $\varphi^* = (\kappa^*)^\alpha$.
- ¡Ojo!: $\varphi = \frac{Y}{AL}$ deja de crecer, pero $y = \frac{Y}{L}$ no!
- Es decir: $y = \frac{Y}{L} = A\varphi = A\kappa^\alpha$.
- Nota: recuerden que $tasa = \frac{\Delta x}{x} = \Delta \log(x)$.



Crecimiento (cont.)

- Derivando (en t):

$$G = \Delta \left(\frac{Y}{L} \right) / \left(\frac{Y}{L} \right) = \Delta \log(y) = \Delta \log(A\kappa^\alpha) = \frac{\Delta A}{A} + \alpha \frac{\Delta \kappa}{\kappa}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$G = g + \alpha \frac{\Delta \kappa}{\kappa}$$

- En el LP ($t \rightarrow \infty$),

$$G \rightarrow g$$

- Es decir,
 - el **valor** de $\frac{Y}{L}$ de LP está determinado por $\{s, \delta, n\}$,
 - la **tasa de crecimiento** de $\frac{Y}{L}$ de LP está determinada sólo por g .



Algo avanzado

- Se puede hacer endógeno el ahorro. (Modelo Cass-Koopmans-Ramsey)
- Consumidor representativo $W = \sum_0^T \beta u(c_t)$ con $\beta \in (0, 1)$ es la impaciencia del consumidor.
- Lo que no se consume, se invierte.
- En equilibrio, se suaviza consumo:

$$1 + r(K_{t+1}) = \frac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})}$$

con r la tasa de interés del capital.



Algo avanzado (cont.)

- Si $\beta = \frac{1}{1+\rho}$, con ρ la tasa de descuento subjetiva del consumidor.
- La ecuación de Euler es

$$r = \rho + \varepsilon g$$

si $u(c) = \frac{c^{1-\varepsilon}-1}{1-\varepsilon}$, utilidad isoelástica, con ε la tasa de sustitución de consumo presente y futuro.

- Para que el consumidor ahorre, la tasa de interés r tiene que ser igual a la tasa de descuento ρ mas el crecimiento del consumo g por la tasa de sustitución de consumo intertemporal ε .



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Convergencias

- Podemos retomar convergencia con el modelo
- ¿Los países pobres pueden alcanzar a los ricos? Depende.
- Si $\left(\frac{Y}{L}\right)_1 < \left(\frac{Y}{L}\right)_2 \implies$ **convergencia condicional**: si $F_1 = F_2$ y $A_1 = A_2$ y $s_1 = s_2$ y $\delta_1 = \delta_2$ y $n_1 = n_2 \implies$ los países van a converger en el LP: $\left(\frac{Y}{L}\right)_1^* = \left(\frac{Y}{L}\right)_2^*$.
- Si los países difieren en tecnología (F), eficiencia (A) o fundamentos $\{s, \delta, n\} \implies$ van a terminar en distintos lugares en el LP.



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Presentación

- Modelo anterior la tecnología era exógena.
- Sin embargo, **el cambio tecnológico es endógeno**, depende del sistema de incentivos.
- Problema: función de producción $F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$ es homogénea de grado 1.
- Es decir, no hay forma de pagar la innovación.



Euler (pequeño desvío técnico)

- $F(K, L)$ es HG1 $\iff F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L), \forall \lambda > 0$.
- $F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha} \implies$

$$F(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^\alpha (\lambda L)^{1-\alpha} = \lambda^\alpha K^\alpha \lambda^{1-\alpha} L^{1-\alpha}$$

$$= \lambda K^\alpha L^{1-\alpha} = \lambda F(K, L).$$
- Volvamos a $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$ y derivemos ambos lados de la igualdad en función de λ .



Euler (pequeño desvío técnico, continuación)

1. $\frac{\partial F(\lambda K, \lambda L)}{\partial \lambda} = \frac{\partial F(\lambda K, \lambda L)}{\partial K} \frac{\partial \lambda K}{\partial \lambda} + \frac{\partial F(\lambda K, \lambda L)}{\partial L} \frac{\partial \lambda L}{\partial \lambda}$. Sabemos que $\frac{\partial \lambda K}{\partial \lambda} = K$ y $\frac{\partial \lambda L}{\partial \lambda} = L$.

Ahora, como igualdad se cumple $\forall \lambda > 0$, hagamos $\lambda = 1$.

$$\implies \frac{\partial F(\lambda K, \lambda L)}{\partial \lambda} = F_K \times K + F_L \times L, \text{ usamos que}$$

$$\frac{\partial F(K, L)}{\partial K} = F_K \text{ y } \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} = F_L.$$

2. $\frac{\partial \lambda F(K, L)}{\partial \lambda} = F(K, L) = Y$

$$Y = F_K \times K + F_L \times L$$



Euler: ¿y?

- ¿A qué venía todo esto?
 - La ecuación dice que el producto se reparte entre capital ($K \times F_K$) y trabajo ($L \times F_L$), dado que $F_K = r$ y $F_L = w$ son el producto marginal de capital y trabajo respectivamente.
 - ¿Cómo se paga la innovación?
- ⇒ La innovación no puede ser resultado de un equilibrio competitivo.



Solución

- Arrow (1962) propuso la idea de que el progreso técnico es “**aprender haciendo**” (*learning by doing*).
- Si hay múltiples empresas competitivas en la economía, el conocimiento se “desparrama” entre ellas.
- El progreso técnico es el resultado de la expansión de K y, al no ser apropiable, no hay que remunerarlo.
- Vamos al modelo AK .



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Supuestos

- Función de producción de coeficientes fijos

$$Y = F(K, L) = \min \{AK, BL\}$$

donde A y B son coeficientes fijos.

⇒ producir $Y = 1$ requiere $1/A$ de capital **y** $1/B$ de trabajo.

- En esta economía hay exceso de K o L , dependiendo de si $K > \frac{B}{A}L$ o a la inversa.
- **Supongamos** que $AK < BL$, el capital es escaso $\implies Y = AK$.



Crecimiento

- Supongamos fija la tasa de ahorro
 $\implies \Delta K = sY - \delta K = sAK - \delta K.$
- Despejando: $g = \frac{\Delta K}{K} = sA - \delta.$
- Como $Y = AK \implies \frac{\Delta Y}{Y} = g(s).$
- Es decir, el crecimiento del producto es función del ahorro.



Problemas

- Este modelo no explica el crecimiento de Y/L , el producto p/c.
- Si la población crece a tasa $n \implies \left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)/\frac{\Delta L}{L} = g - n$:
 - si $g > n \implies \uparrow K/L$,
 - llega un momento en el cual K no es más limitante, es decir $K > \frac{B}{A}L$,
 - ahora el factor limitante es L y $g = n$,
 - el producto p/c se estanca.



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Supuestos

- Competencia perfecta, sustitución de factores (Cobb-Douglas), pleno empleo.
- Cada empresa $j \in \{1, 2, \dots, N\}$ tiene función de producción $y_j = \bar{A} k_j^\alpha L_j^{1-\alpha}$, k_j y L_j son capital y trabajo de la empresa j , $\bar{A}$ es la productividad agregada.
- Aquí está el truco de “aprender haciendo”: productividad agregada depende de la acumulación agregada de capital:

$$\bar{A} = A_0 \left(\sum_{j=1}^N k_j \right)^\eta$$

$\eta > 0$ es el grado de la externalidad de conocimiento.



Supuestos (cont.)

- Para simplificar, sea $L_j = 1, \forall j$, (numerario).
 - Sea $K = \sum_{j=1}^N k_j$ el stock de capital y $Y = \sum_{j=1}^N y_j$ el producto agregado.
 - Como las empresas son iguales, en equilibrio todas contratan igual $\implies k_j = K/N \forall j$.
 - En equilibrio, $\bar{A} = A_0 K^\eta \implies y_j = A_0 K^\eta (K/N)^\alpha \implies Y = N A_0 K^\eta (K/N)^\alpha$.
- $\Rightarrow Y = A K^{\alpha+\eta}$, con $A = A_0 N^{1-\alpha}$.



Crecimiento

- Supongamos el ahorro s exógeno.
- Sabemos que $\Delta K = sY - \delta K \implies \Delta K = sAK^{\alpha+\eta} - \delta K$.
- Por tanto, dividiendo por K :

$$g_K = \Delta K/K = sAK^{\alpha+\eta-1} - \delta.$$

- Esto nos plantea tres escenarios....



$$\alpha + \eta < 1$$

- La externalidad de conocimiento η no es suficiente para contrarrestar los rendimientos marginales decrecientes.
- El crecimiento de LP es 0.
- Es decir, el capital crece hasta $K^* = (sA/\delta)^{1/(1-\alpha-\eta)}$, y luego se detiene.
- Si $K > K^* \implies K \downarrow$ de nuevo hasta K^* .



$$\alpha + \eta > 1$$

- Las externalidades son tan grandes que la tasa de crecimiento no converge.
- ¡La economía crece a tasas crecientes!
- Si la economía es tal que $K > K^* \implies$ sigue creciendo a tasa creciente.



$$\alpha + \eta = 1$$

- Las externalidades compensan exactamente los retornos decrecientes a escala.
 - La función es $Y = AK$ y $g = sA - \delta$, como obtuvimos en Harrod-Domar (HD).
 - Diferencias:
 - hay sustituibilidad de factores (en HD, fijos),
 - equilibrio de mercado.
- ⇒ a diferencia de HD, $\uparrow s$ implica que el producto crece siempre.



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Pros y contras

- Los modelos neoclásicos no puede explicar el **crecimiento sostenido** de los países, los de aprendizaje sí.
- Los modelos de aprendizaje, con rendimientos constantes a escala, no pueden explicar la **convergencia relativa** entre países similares o regiones de países, los modelos neoclásicos sí.



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Presentación

- Modelo de crecimiento endógeno con innovaciones –aleatorias– drásticas de calidad (diferenciación vertical).
- Idea de Schumpeter (1942) de “destrucción creadora”: “el proceso de mutación industrial ... que revoluciona incesantemente la estructura económica *desde adentro*, destruyendo ininterrumpidamente lo antiguo y creando continuamente elementos nuevos”. (pág. 121)
- Las innovaciones crean nuevos productos o procesos, y estos provocan el crecimiento.



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Supuestos: producto final

- **Tiempo:** discreto $t = 1, 2, \dots$
- **Personas:** en cada t hay un número fijo de personas L , utilidad depende de su consumo.
- **Consumo:** un único bien “final”, producido por empresas competitivas.
- **Bien final:** $Y_t = (A_t L)^{1-\alpha} x_t^\alpha$, (L) trabajo, (x) un producto intermedio, A_t es productividad del insumo intermedio, $\alpha \in (0, 1)$.
- Oferta de trabajo efectiva de la economía: $A_t L$.
- **Insumo:** producido por monopolista usando una unidad de bien final.
- $PBI_t = Y_t - x_t$ (producto final menos insumos).



Producción

- Mercado de insumo: monopolista $max.$ $\Pi_t = p_t x_t - x_t$, (p_t precio insumo relativo a bien final).
- Precio: $p_t = PMg_x \implies p_t = \frac{\partial Y}{\partial x_t} = \alpha (A_t L)^{1-\alpha} x_t^{\alpha-1}$.
- Sustituyendo: $max. \Pi_t = \alpha (A_t L)^{1-\alpha} x_t^\alpha - x_t$, lo que determina:
 - $x_t = \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} A_t L$, $\Pi_t = \pi A_t L$ con $\pi = (1-\alpha) \alpha^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}}$.
- Sustituyendo:

$$Y_t = \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} A_t L, \quad PBI_t = \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} (1-\alpha^2) A_t L.$$



Innovación

- En cada t , emprendedor puede *intentar innovar*:
 - éxito: aumenta productividad de bien intermedio de A_{t-1} a $A_t = \gamma A_{t-1}$, $\gamma > 1$,
 - fracaso: $A_{t-1} = A_t$.
- Innovar = investigar, *investigar es riesgoso*: probabilidad de éxito $\mu = \phi(R_t/A_t^*)$, donde:
 - R_t es cantidad bien final que invierte en investigar,
 - $A_t^* = \gamma A_{t-1}$, a medida que la tecnología avanza, es más difícil innovar!
 - $R_t/A_t^* = n_t$ es el monto en investigación ajustado por productividad.
- Sea $\phi(n) = \lambda n^\sigma$, con $\sigma \in (0, 1)$.



Arbitraje (no relevante, sólo por consistencia)

- Si emprendedor es **exitoso** en $t \implies$ es monopolista de insumo en **ese** período, gana Π_t^* .
- Si **fracasa**, aleatoriamente produce otro con tecnología A_{t-1} .
- Beneficio esperado monopolista: $\phi(R_t/A_t^*) \Pi_t^* - R_t$.

$\implies$ emprendedor elige R_t tal que max. benef. esperado:
 $\phi'(R_t/A_t^*) \Pi_t^*/A_t^* - 1$.

- Como $\Pi_t = \pi A_t L \implies \phi'(n_t) \pi L = 1 \implies n_t = n, \forall t$.
- Recordando que $\phi(n) = \lambda n^\sigma \implies n = (\sigma \lambda \pi L)^{\frac{1}{1-\sigma}}$
 $\implies \mu = \phi(n) = \lambda n^\sigma = (\sigma \pi L)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \lambda^{\frac{1}{1-\sigma}}$.



Crecimiento :)

- Crecimiento es $g_t = \frac{\Delta\left(\frac{PBI_t}{L}\right)}{\frac{PBI_{t-1}}{L}} = \frac{\alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}}(1-\alpha^2)A_t - \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}}(1-\alpha^2)A_{t-1}}{\alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}}(1-\alpha^2)A_t} = \frac{A_t - A_{t-1}}{A_{t-1}}.$

⇒ El crecimiento es aleatorio. Para cada t :

- con prob. μ el emprendedor **innova**
 $\implies g_t = \frac{\gamma A_{t-1}}{A_{t-1}} - 1 = \gamma - 1,$
- con prob. $1 - \mu$, **no innova** $\implies g_t = \frac{A_{t-1}}{A_{t-1}} - 1 = 0.$



Crecimiento

- En promedio, la **economía crece**: $g = E(g_t) = \mu(\gamma - 1)$.
- Crecimiento depende de:
 - μ : la **frecuencia** de innovaciones en LP,
 - $\gamma - 1$: el **incremento** proporcional en la productividad que resulta de la innovación.
- Resultado:

$$g = \lambda^{\frac{1}{1-\alpha}} (\sigma \pi L)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} (\gamma - 1)$$



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Supuestos

- Antes supusimos monopolista en insumos (innovación drástica).
- Ahora hay un margen competitivo de empresas que puede imitar el insumo a un costo $\chi > 1$ unidades del bien final.

$$\Rightarrow p_t < \chi.$$

- Si están aburrido, chequeen que antes “encontramos” que $p_t = \frac{1}{\alpha}$:
 - si $\chi > 1/\alpha \Rightarrow$ estamos ante una innovación **drástica**,
 - sino es **no drástica**.



Solución (rápida)

- Obtenemos x_t de la ecuación de $p_t = \chi = \alpha (A_t L)^{1-\alpha} x_t^{\alpha-1} \implies x_t = (\alpha/\chi)^{\frac{1}{1-\alpha}} A_t L$.
- Beneficios en equilibrio (antes) son: $\Pi_t = p_t x_t - x_t = \pi A_t L$.
- Sustituyendo obtenemos $\pi = (\chi - 1) (\alpha/\chi)^{\frac{1}{1-\alpha}}$.
- Noten que este resultado no cambia nada del resultado anterior de g !



Índice

Teoría neoclásica

Capital

Población

Cambio tecnológico

Convergencia (de nuevo)

El modelo AK

Modelo Harrod-Domar

Versión neoclásica

Comparación

Modelos Schumpeterianos

Innovación drástica

Innovación no drástica

Resultados



Estática comparativa

- El modelo indica que el crecimiento aumenta con:
 1. La **productividad de las innovaciones** (λ) $\implies$ Importancia de la educación (superior).
 2. **Tamaño de las innovaciones** (γ). Como μ es independiente de $\gamma \implies$ ¡un país atrasado puede alcanzar a los innovadores!
 3. Protección de **derechos de propiedad** (χ). Nota: g función de π , creciente con χ . $\uparrow \chi$ indica mayor protección de patentes, más difícil imitar productos.
 4. Si hay **menor competencia**. Por lo mismo que 3. (Cuestionable....).
 5. Si $\uparrow L$. De nuevo, g función creciente de L . Hay efecto escala.



Hasta aquí por ahora

Próximo: Financiamiento.