Juegos bayesianos dinámicos

Teoría de Juegos

Facultad de Ciencias Sociales

LED + LCP

Objetivos

1. Estudiar juegos bayesianos dinámicos.
2. Presentar refinamientos.
3. Presentar juegos de señalización.

ATENCIÓN

- Lo dicho .... esta etapa del curso contiene material que tienen como objetivo ilustrar (y ¿dramatizar?) hechos de la realidad con el objetivo de explicar los conceptos.
- NO representan mi opinión personal ni pretenden juzgan sobre estas situaciones.

Índice

Con ustedes, Bayes

Bayes (tomado de Forteza)

- Sean dos jugadores: $J1$ y $J2$.
- $J1$ elige entre $\{L, R\}$.
- Información:
  - el $J2$ no observa el tipo del $J1$.
  - $J2$ observa las acciones del $J1$, tal como figuran a continuación.

Tabla

	L	R
$J1_{t1}$	3	2
$J1_{t2}$	1	4

- ¿Cómo usa el $J2$ esta información?

Probabilidades

1. Probabilidad conjunta $\Longrightarrow$ prob. de un tipo **y** una acción (una celda).
2. Probabilidades marginales $\Longrightarrow$ prob. de un tipo **o** una acción (suma de fila o columna).
3. Probabilidades condicionales $\Longrightarrow$ prob. de un tipo (o una acción) **dada** una acción (o un tipo).

Probabilidad conjunta

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t1$ **y** juegue L? ¿Y que sea de tipo $t2$ **y** juegue R?
- Respuesta: $P(J1_{t1} \cap L) = 3/10$. Respuesta: $P(J1_{t2} \cap R) = 4/10$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	
$J1_{t2}$	1	4	
Total			10

- Sucesivamente, noten que la suma de las probabilidades condicionales da 1.

Probabilidad conjunta

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t1$ **y** juegue L? ¿Y que sea de tipo $t2$ **y** juegue R?
- Respuesta: $P\left(J1_{t1} \cap L\right) = 3/10$.Respuesta: $P\left(J1_{t2} \cap R\right) = 4/10$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	
$J1_{t2}$	1	4	
Total			10

- Sucesivamente, noten que la suma de las probabilidades condicionales da 1.

Probabilidad conjunta

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t1$ **y** juegue L? ¿Y que sea de tipo $t2$ **y** juegue R?
- Respuesta: $P(J1_{t1} \cap L) = 3/10$. Respuesta: $P(J1_{t2} \cap R) = 4/10$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	
$J1_{t2}$	1	4	
Total			10

- Sucesivamente, noten que la suma de las probabilidades condicionales da 1.

Probabilidad marginal (en tipo)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea de tipo $t1$? ¿Y que sea de tipo $t2$?
- Respuesta: $P(J1_{t1}) = 5/10$. Respuesta: $P(J1_{t2}) = 5/10$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total			10

- $P(J1_{t1})$ y $P(J1_{t2})$ son probabilidades marginales en el tipo.

Probabilidad marginal (en tipo)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea de tipo $t1$? ¿Y que sea de tipo $t2$?
- Respuesta: $P(J1_{t1}) = 5/10$. Respuesta: $P(J1_{t2}) = 5/10$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total			10

- $P(J1_{t1})$ y $P(J1_{t2})$ son probabilidades marginales en el tipo.

Probabilidad marginal (en tipo)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea de tipo $t1$? ¿Y que sea de tipo $t2$?
- Respuesta: $P(J1_{t1}) = 5/10$. Respuesta: $P(J1_{t2}) = 5/10$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total			10

- $P(J1_{t1})$ y $P(J1_{t2})$ son probabilidades marginales en el tipo.

Probabilidad marginal (en acciones)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ **juegue** L? ¿Y que juegue R?
- Respuesta: $P(L) = 4/10$. Respuesta: $P(R) = 6/10$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	
$J1_{t2}$	1	4	
Total	4	6	10

- $P(L)$ y $P(R)$ son probabilidades marginales en las acciones.

Probabilidad marginal (en acciones)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ **juegue** L? ¿Y que juegue R?
- Respuesta: $P(L) = 4/10$. Respuesta: $P(R) = 6/10$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	
$J1_{t2}$	1	4	
Total	4	6	10

- $P(L)$ y $P(R)$ son probabilidades marginales en las acciones.

Probabilidad marginal (en acciones)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ **juegue** L? ¿Y que juegue R?
- Respuesta: $P(L) = 4/10$. Respuesta: $P(R) = 6/10$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	
$J1_{t2}$	1	4	
Total	4	6	10

- $P(L)$ y $P(R)$ son probabilidades marginales en las acciones.

Probabilidad **condicional** (I)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t1$, dado que jugó L?
- "dado que" = "condicional a" = "una vez que sabemos que"...
- Respuesta: $P(J1_{t1}|L) = 3/4 = p$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- $P(J1_{t1}|L)$ es una probabilidad condicional.
- Notar que: $P(J1_{t1}|L) = \frac{P(J1_{t1} \cap L)}{P(L)} = \frac{3/10}{4/10} = \frac{3}{4}$.

Probabilidad **condicional** (I)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t1$, dado que jugó L?
- "dado que" = "condicional a" = "una vez que sabemos que"...
- Respuesta: $P\left(J1_{t1}|L\right) = 3/4 = p$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- $P\left(J1_{t1}|L\right)$ es una probabilidad condicional.
- Notar que: $P\left(J1_{t1}|L\right) = \frac{P(J1_{t1} \cap L)}{P(L)} = \frac{3/10}{4/10} = \frac{3}{4}$.

Probabilidad **condicional** (II)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t2$, dado que jugó L?
- Respuesta: $P(J1_{t2}|L) = 1/4 = 1 - p$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- Notar que: $P(J1_{t2}|L) = \frac{P(J1_{t2} \cap L)}{P(L)} = \frac{1/10}{4/10} = \frac{1}{4}$.

Probabilidad **condicional** (II)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t2$, dado que jugó L?
- Respuesta: $P(J1_{t2}|L) = 1/4 = 1 - p$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- Notar que: $P(J1_{t2}|L) = \frac{P(J1_{t2} \cap L)}{P(L)} = \frac{1/10}{4/10} = \frac{1}{4}$.

Probabilidad **condicional** (III)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t1$, dado que jugó R?
- Respuesta: $P\left(J1_{t1}|R\right) = 2/6 = q$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- Notar que: $P\left(J1_{t1}|R\right) = \frac{P(J1_{t1} \cap R)}{P(R)} = \frac{2/10}{2/6} = \frac{2}{6}$.

Probabilidad **condicional** (III)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t1$, dado que jugó R?
- Respuesta: $P\left(J1_{t1}|R\right) = 2/6 = q$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- Notar que: $P\left(J1_{t1}|R\right) = \frac{P(J1_{t1} \cap R)}{P(R)} = \frac{2/10}{2/6} = \frac{2}{6}$.

Probabilidad **condicional** (IV)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t2$, dado que jugó R?
- Respuesta: $P\left(J1_{t2}|R\right) = 4/6 = 1 - q$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- Notar que: $P\left(J1_{t2}|R\right) = \frac{P(J1_{t2} \cap R)}{P(R)} = \frac{4/10}{6/10} = \frac{4}{6}$.

Probabilidad **condicional** (IV)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ sea $t2$, dado que jugó R?
- Respuesta: $P\left(J1_{t2}|R\right) = 4/6 = 1 - q$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- Notar que: $P\left(J1_{t2}|R\right) = \frac{P(J1_{t2} \cap R)}{P(R)} = \frac{4/10}{6/10} = \frac{4}{6}$.

Probabilidad **condicional** (dos +, parte 1)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ **juegue** L, si es de tipo 1?
- Respuesta: $P(L|J1_{t1}) = 3/5$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- $P(L|J1_{t1}) = \frac{P(J1_{t1} \cap L)}{P(J1_{t1})} = \frac{3/10}{5/10} = \frac{3}{5}$.

Probabilidad **condicional** (dos +, parte 1)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ **juegue** L, si es de tipo 1?
- Respuesta: $P(L|J1_{t1}) = 3/5$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- $P(L|J1_{t1}) = \frac{P(J1_{t1} \cap L)}{P(J1_{t1})} = \frac{3/10}{5/10} = \frac{3}{5}$.

Probabilidad **condicional** (dos +, parte 3)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ **juegue** L, si es de tipo 2?
- Respuesta: $P(L|J1_{t2}) = 1/5$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- $P(L|J1_{t2}) = \frac{P(J1_{t2} \cap L)}{P(J1_{t2})} = \frac{1/10}{5/10} = \frac{1}{5}$.

Probabilidad **condicional** (dos +, parte 3)

- ¿Qué probabilidad hay de que $J1$ **juegue** L, si es de tipo 2?
- Respuesta: $P\left(L|J1_{t2}\right) = 1/5$.

	L	R	Total
$J1_{t1}$	3	2	5
$J1_{t2}$	1	4	5
Total	4	6	10

- $P\left(L|J1_{t2}\right) = \frac{P(J1_{t2} \cap L)}{P(J1_{t2})} = \frac{1/10}{5/10} = \frac{1}{5}$.

Regla de Bayes

- ¿Qué queremos saber???
- ¡¡¡EL **TIPO** (t)!!!
- ¿¿Qué sabemos??
- ¡¡¡LAS **ACCIONES** (a) !!!

Regla de Bayes:

$$P(t|a) = \frac{P(t) \times P(a|t)}{P(a)}.$$

Regla de Bayes

- ¿Qué queremos saber???
- ¡¡¡EL **TIPO** (t)!!!
- ¿¿Qué sabemos??
- ¡¡¡LAS **ACCIONES** (a) !!!

Regla de Bayes:

$$P(t|a) = \frac{P(t) \times P(a|t)}{P(a)}.$$

Regla de Bayes

- ¿Qué queremos saber???
- ¡¡¡EL **TIPO** (t)!!!
- ¿¿Qué sabemos??
- ¡¡¡LAS **ACCIONES** (a) !!!

Regla de Bayes:

$$P(t|a) = \frac{P(t) \times P(a|t)}{P(a)}.$$

Regla de Bayes

- ¿Qué queremos saber???
- ¡¡¡EL **TIPO** (t)!!!
- ¿¿Qué sabemos??
- ¡¡¡LAS **ACCIONES** (a) !!!

Regla de Bayes:

$$P(t|a) = \frac{P(t) \times P(a|t)}{P(a)}.$$

Regla de Bayes

- ¿Qué queremos saber???
- ¡¡¡EL **TIPO** (t)!!!
- ¿¿Qué sabemos??
- ¡¡¡LAS **ACCIONES** (a) !!!

Regla de Bayes:

$$P(t|a) = \frac{P(t) \times P(a|t)}{P(a)}.$$

Regla de Bayes (cont.)

Definición

Creencia Inicial. Es la probabilidad que un jugador (J2) asigna a que el otro (J1) sea de un tipo **antes de haber observado la jugada** (acciones): $P(t)$, o $P(J1_{t1})$ y $P(J1_{t2})$.

Definición

Creencia posterior. Es la probabilidad que un jugador (J2) asigna a que el otro (J1) sea de un tipo **después de haber observado la jugada** (acciones): $P(t|a)$, o $P(J1_{t1}|L)$ y $P(J1_{t1}|R)$.

Regla de Bayes (cont.)

Definición

Creencia Inicial. Es la probabilidad que un jugador (J2) asigna a que el otro (J1) sea de un tipo **antes de haber observado la jugada** (acciones): $P(t)$, o $P(J1_{t1})$ y $P(J1_{t2})$.

Definición

Creencia posterior. Es la probabilidad que un jugador (J2) asigna a que el otro (J1) sea de un tipo **después de haber observado la jugada** (acciones): $P(t|a)$, o $P(J1_{t1}|L)$ y $P(J1_{t1}|R)$.

Regla de Bayes (cont.)

- La regla de Bayes dice como pasar de la creencia inicial a la posterior.
- Es decir, dice como actualizar racionalmente las creencias después de haber observado las acciones.

Índice

Presentación

- Hasta ahora vimos (vieron, vimos es mucha gente) 4 nociones de equilibrio: EN, equilibrio por estrategias dominantes, ENPSJ, EBN.
- ¿Cuáles son los problemas de los EN?:
  - ¡Me dan muchas respuestas!
  - Algunas, la verdad, son un "bolazo" (técnicamente, son poco "razonables").
- El principal problema es que el EN es un concepto **estático**.

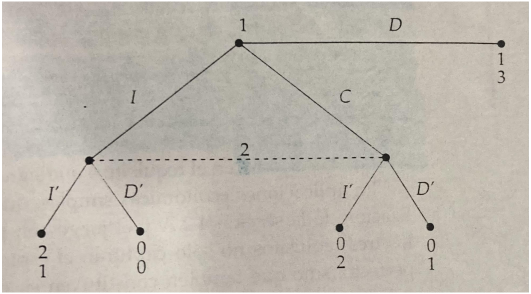
$\Longrightarrow$ En los juegos con información completa, imponíamos refinamientos.

- Los refinamientos, como el ENPSJ, nos permiten descartar EN no razonables.

Presentación (cont.)

- A veces es posible utilizar el ENPSJ en juegos bayesianos ... si es que hay subjuegos.
- En los juegos bayesianos, por su estructura, van a existir muchos conjuntos de información que tienen más de un nodo $\Longrightarrow$ van a haber pocos subjuegos.
- Si hay pocos subjuegos $\Longrightarrow$ estoy frito! No puedo aplicar perfección por subjuegos.
- Por ejemplo, vean el siguiente juego (¿pueden decir cuántos subjuegos hay?).
- Atención: ¡no es un juego bayesiano! (¿por?).

Juego en forma extensiva



- El jugador 1 tiene tres acciones $J_1 = \{ICD\}$, el jugador 2 tiene dos acciones $J_2 = \{I', D'\}$.

Juego en forma normal

		Jugador 2	
		I'	D'
Jugador 1	I	2,1	0,0
	C	0,2	0,1
	D	1,3	1,3

Como seguir

- Los $EN = \{I, I'; D, D'\}$.
- Sin embargo, este juego no tiene subjuegos.
- Por tanto, el ENPSJ $=$ EN.
- Sin embargo, (D, D') "obviamente" no es creíble: D' no sigue a D, no sigue la secuencia

$\Longrightarrow$ si el jugador 2 tiene que mover **sabe** que el jugador 1 no jugó D.

EBP: ¿qué es?

- El ENPSJ imponía racionalidad secuencial —subjuegos— para descartar EN no razonables.
- El EBP impone racionalidad secuencial al EBN.
- El EBP surge para capturar resultados creíbles en contextos dinámicos
- ¿Como imponer racionalidad secuencial cuando el jugador no sabe donde está parado? 🤔

EBP: Requisito I

Requisito 1 (creencias):

el jugador que tiene que mover debe formarse una *conjetura o creencia (beliefs)* sobre el nodo del conjunto de información al que se ha llegado en el juego.

- Es decir, si el conjunto de información tiene más de un elemento, una creencia es una distribución de probabilidad —$(p, 1-p)$— sobre la probabilidad de estar en cada uno de los nodos del conjunto de información.

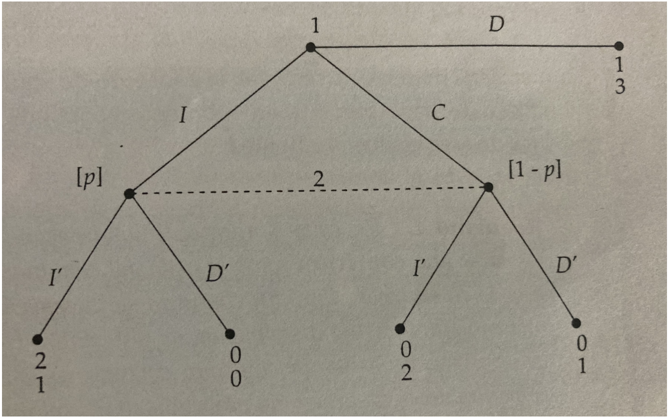
EBP: Requisito II

Requisito 2 (racionalidad sucesiva):

dadas sus conjeturas o creencias, las **estrategias** de los jugadores deben ser *sucesivamente racionales.*

- Es decir, en cada conjunto de información la acción tomada por el jugador **y** su estrategia subsiguiente deben ser óptimas —conseguir el mayor pago esperado— dada la conjetura del jugador en ese conjunto de información y las subsiguientes estrategias de los demás jugadores.

Juego en forma extensiva: otra vez



- Listo, ahora tenemos creencias. ¿Y ahora....?

Los cálculos del jugador 2

- Ahora aplicamos el Requisito 2:
  - Si el jugador 2 elije D' gana $p \times 0 + (1-p) \times 1 = 1-p$.
  - Si el jugador 2 elije I' gana $p \times 1 + (1-p) \times 2 = 2-p$.
- Como $2-p > 1-p$ para cualquier p, nunca conviene jugar D'.

$\Longrightarrow$ con los Requisitos 1 (creencias) y 2 (racionalidad sucesiva), (D, D') no son verosímiles.

- Nota: que no sea verosímil, ¿quiere decir que no es un *EBN*?

  No. Siguen siendo EBN!

Los cálculos del jugador 2

- Ahora aplicamos el Requisito 2:
  - Si el jugador 2 elije D' gana $p \times 0 + (1-p) \times 1 = 1-p$.
  - Si el jugador 2 elije I' gana $p \times 1 + (1-p) \times 2 = 2-p$.
- Como $2-p > 1-p$ para cualquier p, nunca conviene jugar D'.

$\Longrightarrow$ con los Requisitos 1 (creencias) y 2 (racionalidad sucesiva), (D, D') no son verosímiles.

- Nota: que no sea verosímil, ¿quiere decir que no es un *EBN*? No. Siguen siendo EBN!

Trayectorias de equilibrio

Definición

Para un equilibrio dado en un juego (en forma extensiva), un **conjunto de información** está **en la** trayectoria de equilibrio si se alcanza con probabilidad positiva jugando estas estrategias.

Definición

Para un equilibrio dado en un juego (en forma extensiva), un **conjunto de información** está **fuera de** la trayectoria de equilibrio si no se alcanza según estas estrategias.

Trayectorias de equilibrio

Definición

Para un equilibrio dado en un juego (en forma extensiva), un **conjunto de información** está **en la** trayectoria de equilibrio si se alcanza con probabilidad positiva jugando estas estrategias.

Definición

Para un equilibrio dado en un juego (en forma extensiva), un **conjunto de información** está **fuera de** la trayectoria de equilibrio si no se alcanza según estas estrategias.

EBP: Requisitos III y IV

Requisito 3 (regla de Bayes):

en conjuntos de información **sobre** la trayectoria de equilibrio, las conjeturas se determinan de acuerdo con la reglad de Bayes y las estrategias de equilibrio de los jugadores.

Requisito 4 (... regla de Bayes):

en conjuntos de información **fuera** de la trayectoria de equilibrio, las conjeturas se determinan de acuerdo con la reglad de Bayes y las estrategias de equilibrio de los jugadores.

EBP: Requisitos III y IV

Requisito 3 (regla de Bayes):

en conjuntos de información **sobre** la trayectoria de equilibrio, las conjeturas se determinan de acuerdo con la reglad de Bayes y las estrategias de equilibrio de los jugadores.

Requisito 4 (... regla de Bayes):

en conjuntos de información **fuera** de la trayectoria de equilibrio, las conjeturas se determinan de acuerdo con la reglad de Bayes y las estrategias de equilibrio de los jugadores.

Definición: EBP

Definición

Un **equilibrio bayesiano perfecto** (**EBP**) consiste en *estrategias* y *conjeturas* que satisfacen los requisitos 1 a 4.

- Un EBP es: (un perfil de) **estrategias** + **creencias** tales que:
  - las estrategias son **mejores respuestas** dadas las estrategias de los demás y las creencias de cada jugador,
  - las creencias son **racionales** (es decir, siguen la regla de Bayes).

Índice

Tipos de juegos bayesianos dinámicos

- En los juegos bayesianos, en general, hay una parte informada y una no informada.
- Los juegos bayesianos dinámicos pueden ser:
  1. de señalización (mueve la parte informada),
  2. de cribado (*screening*) (mueve la parte no informada).
- En los juegos de señalización, la parte informada trasmite una señal que puede —o no— actualizar las creencias de la no informada.
- En los juegos de cribado, la parte no informada busca separar los tipos de la parte informada.

Tipos de equilibrios

- Los EBP pueden ser de tres tipos:

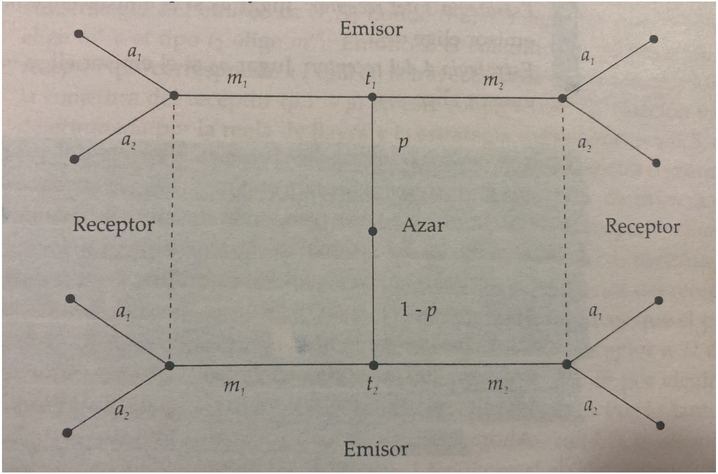
1. De agrupación (*pooling equilibrium*)
2. Separador (*separating equilibrium*)
3. Semiseparador (*semiseparating equilibrium*) (Nota: los jugadores aleatorizan sus estrategias, son como equilibrios de estrategias mixtas).

- Para cada juego, vamos a buscar si existe **alguno** de los equilibrios.

Juegos de señalización

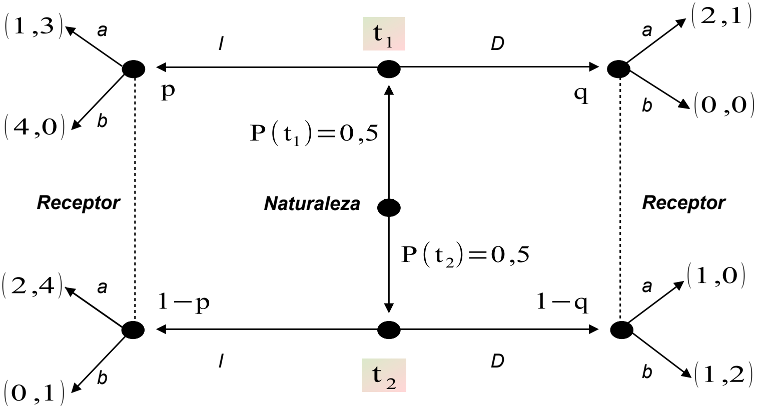
- Un juego de señalización es un juego de información incompleta con dos jugadores un emisor y un receptor.
- El desarrollo es:
  1. El azar escoge un tipo t_i con probabilidad $p(t_i)$,
  2. El emisor observa t_i y elige un mensaje m_j,
  3. El receptor observa m_j —pero no t_i— y elige una acción a_k,
  4. Se realizan las ganancias $U_E(t_i, m_j, a_k)$ y $U_R(t_i, m_j, a_k)$.
- Gráficamente:

Juegos de señalización: representación



Índice

Ejemplo


(1 ,3)
a
I
t1
D
a
(2 ,1)
p
q
(4 ,0)
b
b
(0 ,0)
P(t1)=0,5
Receptor
Naturaleza
Receptor
P(t2)=0,5
(2 ,4)
a
1−p
1−q
a
(1 ,0)
I
D
t2
b
(0 ,1)
b
(1 ,2)

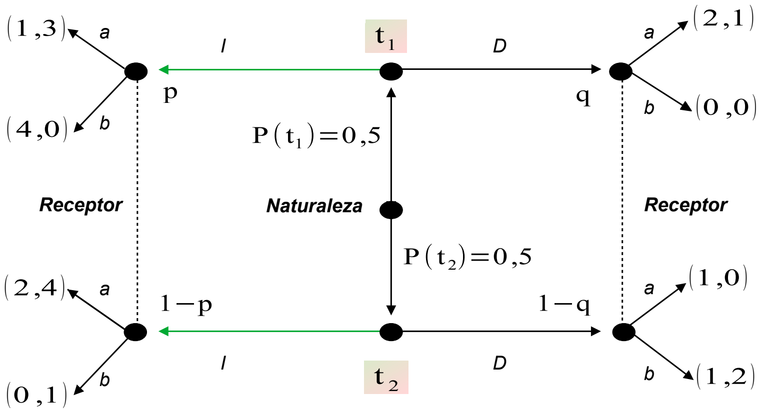
Detalles

- Dos jugadores: emisor —con tipos t_1 y t_2— y un receptor.
- La naturaleza determina que la probabilidad de que sea de cada tipo es $0,5$.
- El emisor tiene dos estrategias: I y D.
- El receptor observa la estrategia del emisor —el mensaje—, pero no sabe qué tipo la jugó.
- El receptor, una vez que observa I o D, elige jugar a o b.
- Nota 1: el primer pago —a la izquierda de la coma— es del emisor o jugador 1; el segundo del receptor o jugador 2.
- Nota 2: vean que ya incorporamos el Requisito 1 $\Longrightarrow$ el receptor formula una creencia p de que el emisor de tipo t_1 haya jugado I, y una creencia $1-p$ de que haya sido el de tipo t_2 el que haya jugado I; y lo mismo para jugar R.

EBP

- Hay cuatro candidatos a EBP:
  1. Agrupación en I: ambos tipos eligen I.
  2. Agrupación en D: ambos tipos eligen D.
  3. Separación 1: t_1 elige I y t_2 elige D.
  4. Separación 2: t_1 elige D y t_2 elige I.

Figura: *II*


(1 ,3)
a
I
t1
D
(2 ,1)
a
p
q
b
(0 ,0)
(4 ,0)
b
P(t1)=0,5
Receptor
Naturaleza
Receptor
P(t2)=0,5
(2 ,4)
a
(1 ,0)
a
1−p
1−q
I
D
b
(0 ,1)
b
t2
(1 ,2)

Agrupación en I (parte 1)

- Supongamos que hay un EBP en I, es decir ambos tipos eligen el mismo mensaje $\Longrightarrow$ la trayectoria de equilibrio (Requisito 3) son los nodos de la izquierda.
  - Como los dos tipos juegan I el receptor no "aprende" del mensaje: $p = 0,5$ que es la probabilidad *a priori.*
  - Si el emisor juega I, entonces vean que para cualquier p al receptor le conviene jugar a (en el nodo de arriba, $3 > 0$ y en el de abajo, $4 > 1$) $\Longrightarrow$ si el emisor juega I, el receptor juega a;
  - Si el receptor juega a, el emisor t_1 gana 1 y el t_2 gana 2.
- ¿Con esto basta? **No**. Tengo que saber si es óptimo para el emisor jugar I.

Agrupación en I (parte 2)

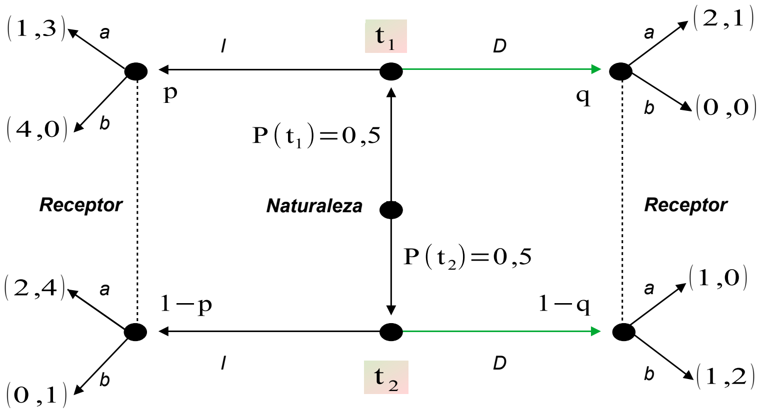
- ¿Es una buena estrategia para el emisor jugar I?
  - Hay que ver que hubiera hecho el receptor si el emisor hubiera jugado D (Requisito 4), es decir, fuera del equilibrio.... vayamos a la derecha entonces...
  - Si al jugar D el receptor mueve a, entonces el emisor t_1 gana 2, que es mayor al 1 que ganaría por elegir I, entonces se desviaría (notar que "abajo" los pagos para t_2 hacen siempre preferible jugar I).
  - Por tanto, para jugar I el receptor tiene que jugar b a la derecha: el emisor —cada tipo— gana 1 y 2 respectivamente.
  - (I, I) tiene que ser la mejor respuesta del emisor a (a, b) del receptor.

Agrupación en I (parte 3)

- ¿Que conjetura del receptor hace que jugara b fuera del equilibrio?
  - La utilidad del receptor de jugar a es: $1 \times q + 0(1-q)$,
  - mientras que por jugar b es: $0 \times q + 2 \times (1-q)$,
  - y se cumple que la utilidad de $b >$ utilidad de $a \iff 0 \times q + 2 \times (1-q) > 1 \times q + 0(1-q) \iff 2 - 2q > q \iff q \leq 2/3$.

$\Longrightarrow EBP = \{(I, I), (a, b), p = 0{,}5, q \leq 2/3\}$. 🎉

Figura: *DD*

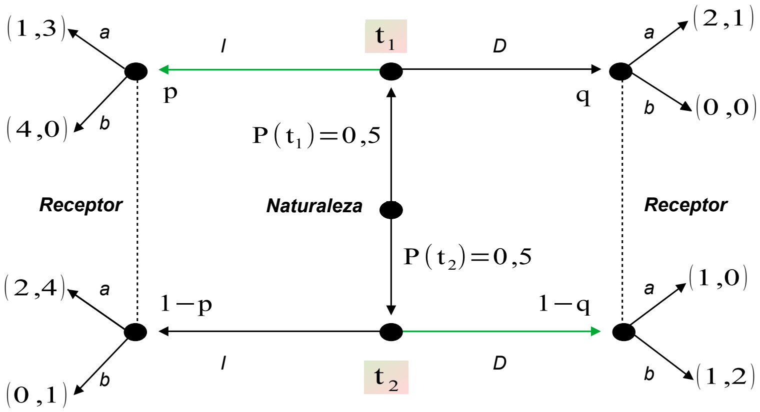

(1 ,3)
a
I
t1
D
(2 ,1)
a
p
q
b
(4 ,0)
b
(0 ,0)
P(t1)=0,5
Receptor
Naturaleza
Receptor
P(t2)=0,5
(2 ,4)
a
1−p
1−q
a
(1 ,0)
I
D
t2
b
(0 ,1)
b
(1 ,2)

Agrupación en D

- Supongamos que hay un EBP en D, es decir ambos tipos eligen el mismo mensaje $\Longrightarrow$ la trayectoria de equilibrio (Requisito 3) son los nodos de la derecha.
  - Como los dos tipos juegan D el receptor no “aprende” del mensaje: $q = 0,5$ que es la probabilidad *a priori.*
  - Si el emisor juega D y $q = 0,5$, antes encontramos que al receptor le conviene jugar b;
  - Si el receptor juega b, el emisor t_1 gana 0 y el t_2 gana 1.
  - Pero antes encontramos que t_1 puede ganar 2 si juega I, dado que el receptor jugará a.

$\Longrightarrow$ no hay EBP en el que el emisor juegue (D, D).

Figura: *ID*



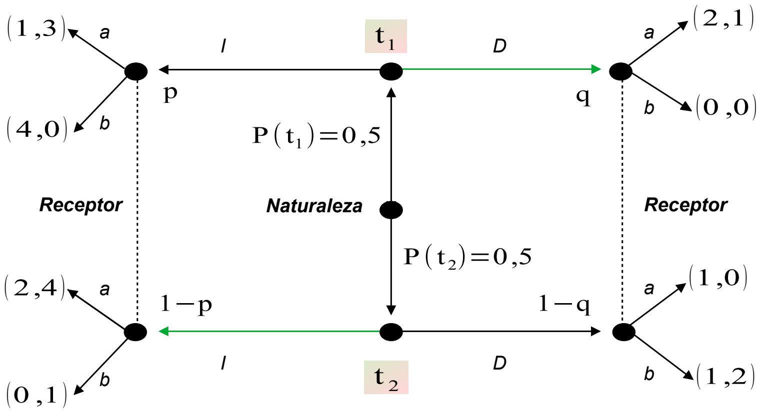
(1 ,3)
a
(4 ,0)
b
I
t1
D
(2 ,1)
a
p
q
b
(0 ,0)
P(t1)=0,5
Receptor
Naturaleza
Receptor
P(t2)=0,5
(2 ,4)
a
1−p
1−q
(1 ,0)
a
I
t2
D
b
(0 ,1)
b
(1 ,2)

Separación (I, D)

- Supongamos que t_1 juega I, y t_2 juega D.
  - Las dos trayectorias están en el sendero de equilibrio, bienvenido Bayes!
  - Ahora el receptor puede actualizar sus creencias: “sabe” qué juega cada uno $\Longrightarrow p = 1$ y $q = 0$.
  - Si t_1 juega I, al receptor le conviene jugar a; si t_2 juega D, al receptor le conviene jugar b.
- ¿Es la mejor respuesta (I, D) a (a, b)?
  - No: t_1 no se desvía, pero si t_2 juega I en vez de D sabemos que el receptor jugaría $a \Longrightarrow$ el t_2 recibe un pago de 2 jugando $I >$ a 1 por jugar D.

$\Longrightarrow$ no hay EBP.

Figura: *DI*


(1 ,3)
a
I
t1
D
(2 ,1)
a
p
q
b
(0 ,0)
(4 ,0)
b
P (t1)=0,5
Receptor
Naturaleza
Receptor
P (t2)=0,5
(2 ,4)
a
(1 ,0)
a
1 − p
1 − q
I
D
b
t2
b
(1 ,2)
(0 ,1)

Separación (D, I)

- Supongamos ahora que t_1 juega D, y t_2 juega I.
  - El receptor actualiza sus creencias: "sabe" qué juega cada uno $\implies p = 0$ y $q = 1$.
  - Tanto si t_1 juega D como si t_2 juega I, al receptor le conviene jugar a.
- ¿Es la mejor respuesta (D, I) a (a, a)? ¡Sí!
  - Si t_1 se desvía a I, el receptor juega a y el emisor gana $1 < 2$;
  - si t_2 se desvía a D, el receptor también juega a y el emisor gana $1 < 2$.

$\implies EBP = \{(D, I), (a, a), p = 0, q = 1\}$. 🤩

Hasta aquí por ahora

Ahora, a hacer los ejercicios! 😰