

# Oligopolio

## Organización Industrial

Licenciatura en Economía

# Índice

## Cournot

Modelo general

Modelo n empresas

## Bertrand

Equilibrio de Bertrand

Extensión: restricciones de capacidad

¿Bertrand o Cournot?

# Presentación

- ▶ Hasta ahora se vieron las formas extremas: muchas o una empresa
- ▶ En aquellas estructuras las decisiones de las empresas no tenían impacto sobre las restantes
- ▶ Oligopolio: estructura de mercado en la cual hay pocos oferentes pero muchos demandantes

Existe interdependencia estratégica de las acciones.

# Índice

## Cournot

Modelo general

Modelo n empresas

## Bertrand

Equilibrio de Bertrand

Extensión: restricciones de capacidad

¿Bertrand o Cournot?

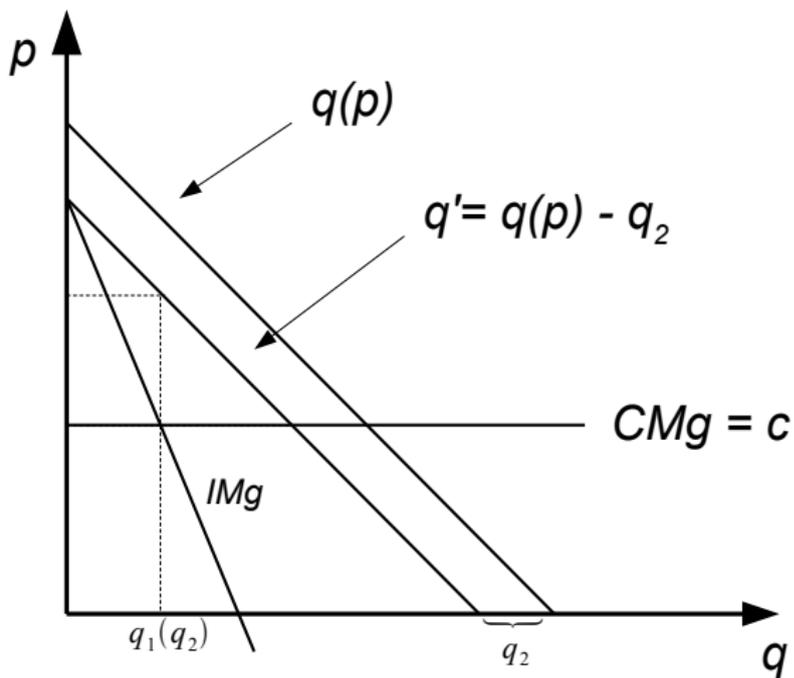
# Supuestos

1. Las empresas venden bienes homogéneos
2. Juegan un juego en una etapa
3. Eligen en forma independiente y simultánea la cantidad que venden del producto
4. No enfrentan restricciones de capacidad
5. Tienen igual función de costos:  $CT_i = cq_i$  y no tienen costos fijos.

# Derivación geométrica

- ▶ Empresas:  $\{1, 2\}$
- ▶ Maximización de beneficios de la empresa 1,  $\pi_1$  que empresa 2 produce  $q_2$  dado
- ▶ Demanda  $q = a - bp$ , con  $q = \sum_{i=1}^2 q_i$
- ▶ La empresa 1 se enfrenta la demanda  $q' = q - q_2$
- ▶ Solución de la empresa:  $IMg = CMg$

# Gráfica

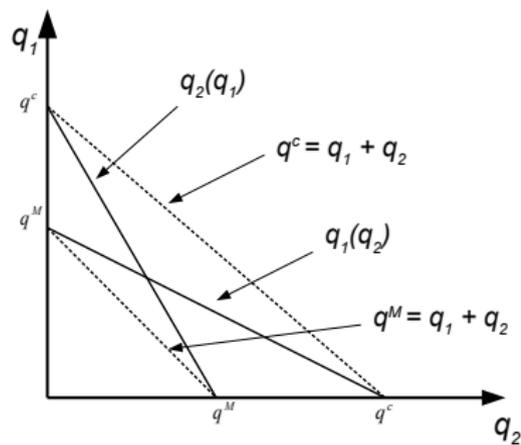
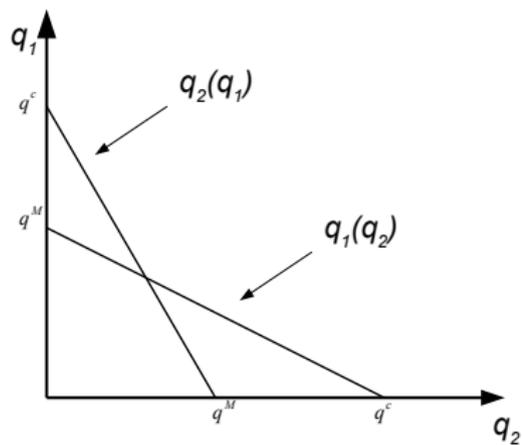


# Casos

- ▶ Si  $q_2 = 0 \Rightarrow$  la reacción óptima es  $q_1(0) = q^M$
- ▶ Si  $q_2 = q^{CP} \Rightarrow$  entonces la demanda residual es siempre menor al  $CMg \Rightarrow q_1(q^c) = 0$
- ▶ Función de reacción: para cualquier  $q_2$  es el valor de  $q_1$  tal que

$$\max_{q_1} \pi_1$$

# Casos



# Resultado

1. Resultado intermedio entre la CP y el monopolio
2. No es de CP porque las empresas enfrentan demanda con pendiente negativa
3. No es el de monopolio porque no absorbe todo el impacto de su decisión

# Índice

## Cournot

Modelo general

Modelo n empresas

## Bertrand

Equilibrio de Bertrand

Extensión: restricciones de capacidad

¿Bertrand o Cournot?

# Modelo

- ▶ Las empresas deciden en forma simultánea la cantidad a producir  $q_1$  y  $q_2$
- ▶ El precio ajusta oferta y demanda:  $p(q_1 + q_2)$ ,
- ▶  $p(q)$  es la función inversa de demanda y se cumple que  $p'(q) < 0 \forall q \geq 0$  y  $p(0) > c$
- ▶ Cada empresa decide su nivel de producto dado el nivel de producto de la otra  $\bar{q}_k$

# Óptimo

- ▶ El problema de maximización es:

$$\max_{q_j} p(q_j + \bar{q}_k) q_j - cq_j$$

- ▶ CPO  $p'(q_j + \bar{q}_k) q_j + p(q_j + \bar{q}_k) = c$ .
- ▶ Similares a las de monopolio: el productor de Cournot es un monopolista en el mercado residual que no atiende su rival

# Índice

## Cournot

Modelo general

Modelo n empresas

## Bertrand

Equilibrio de Bertrand

Extensión: restricciones de capacidad

¿Bertrand o Cournot?

# Solución

- ▶ Empresa  $i$   $\max_{q_i} \pi_i(q_1, \dots, q_n)$ ;  $\pi_i(q_1, \dots, q_n) = (a - bq - c)q_i$
- ▶ CPO:  $\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0 = (a - bq_1 - \dots - bq_n - c) - bq_i$   
 $\Rightarrow q_i = \frac{a-c}{2b} - \frac{\sum q_{-i}}{2} = R_i(q_{-i})$
- ▶ Eq. simétrico:  $\Rightarrow q_i = q_j = q_i^* = \frac{a-c}{2b} - \frac{(n-1)q_i^*}{2}$

$$q_i^* = \frac{a-c}{b(n+1)} \Rightarrow q^* = nq_i^* = \frac{n(a-c)}{b(n+1)} \Rightarrow p^* = \frac{a+nc}{(n+1)}$$

# Propiedades del equilibrio

- $\lim_{n \rightarrow \infty} p^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n+1} + \frac{n}{n+1}c = c = p^{cp}$
- $PS = \frac{(p^* - p^{cp})(q^{cp} - q^*)}{2} = \frac{\left[\left(\left(\frac{a+nc}{n+1}\right) - c\right)\left(\frac{a-c}{b} - \left(\frac{n(a-c)}{(n+1)b}\right)\right)\right]}{2} = \frac{(a-c)^2}{2b(n+1)^2} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} PS = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-c)^2}{2b(n+1)^2} = 0$
- Nota: mientras que el precio converge a la tasa  $n$ , la pérdida social disminuye a la tasa  $n^2$
- $EC = \frac{(a-p)q^*}{2} = \frac{n^2(a-c)^2}{2b(n+1)^2} \Rightarrow \frac{\partial EC}{\partial n} = \left(\frac{n(a-c)^2}{b(n+1)^3}\right) > 0$
- $EP = \sum_{i=1}^n \pi_i = \frac{n(a-c)^2}{b(n+1)^2} \Rightarrow \frac{\partial EP}{\partial n} = \left(\frac{(1-n)(a-c)^2}{b(n+1)^3}\right) < 0; \forall n > 2$

# Estimación de pérdida social

▶  $PS = 0 \Leftrightarrow n \rightarrow \infty$

▶ ¿Escenario menos estricto? Ej.:  $PS^C = 5\% PS^M$

▶ 
$$\frac{PS^C}{PS^M} = \frac{\frac{(a-c)^2}{2b(n+1)^2}}{\frac{(a-c)^2}{8b}} = \frac{8b}{2b(n+1)^2} = \frac{4}{(n+1)^2} < 5\% \Leftrightarrow \frac{4}{0,05} <$$
$$(n+1)^2 \Leftrightarrow 80 < (n+1)^2 \Leftrightarrow \sqrt{80} < (n+1) \Leftrightarrow$$
$$n > 7,9$$

# Índice

## Cournot

Modelo general

Modelo n empresas

## Bertrand

Equilibrio de Bertrand

Extensión: restricciones de capacidad

¿Bertrand o Cournot?

# Supuestos

1. Empresas venden bienes homogéneos
2. Juegan un juego en una etapa
3. Eligen en forma independiente y simultánea el precio al que venden del producto
4. No enfrentan restricciones de capacidad, pueden servir toda la demanda que reciban
5. Tienen igual función de costos:  $CT_i = cq$ ; no tienen costos fijos

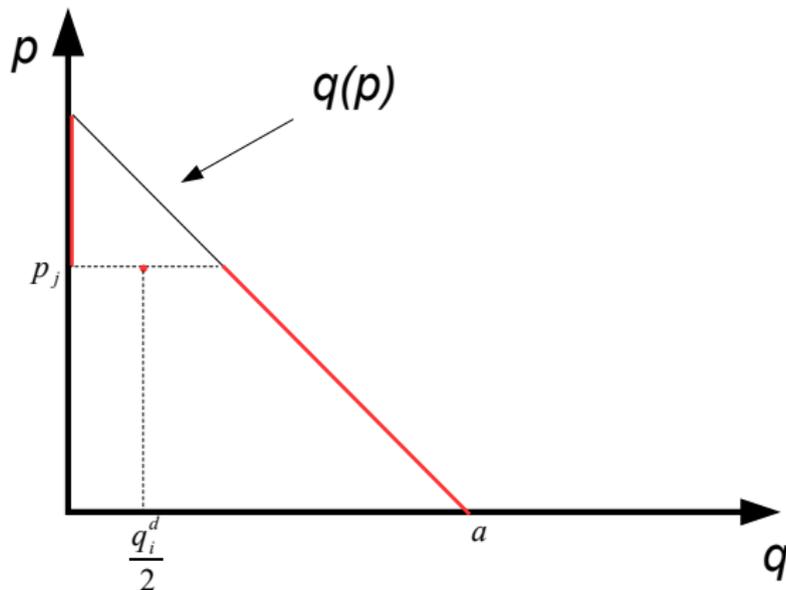
# Demanda

- ▶ La demanda que enfrentan la empresa  $i$  es de la siguiente forma:

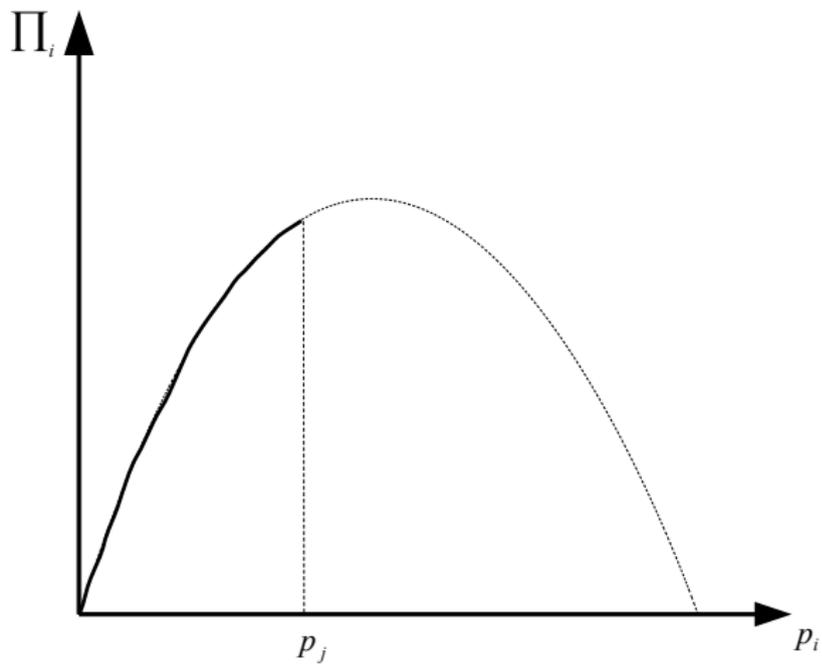
$$q_i^d(p_i, p_j) = \begin{cases} q(p_i) & \text{si } p_i < p_j \\ \frac{q(p_i)}{2} & \text{si } p_i = p_j \\ 0 & \text{si } p_i > p_j \end{cases}$$

- ▶ Gráficamente:

# Demanda (gráfica)



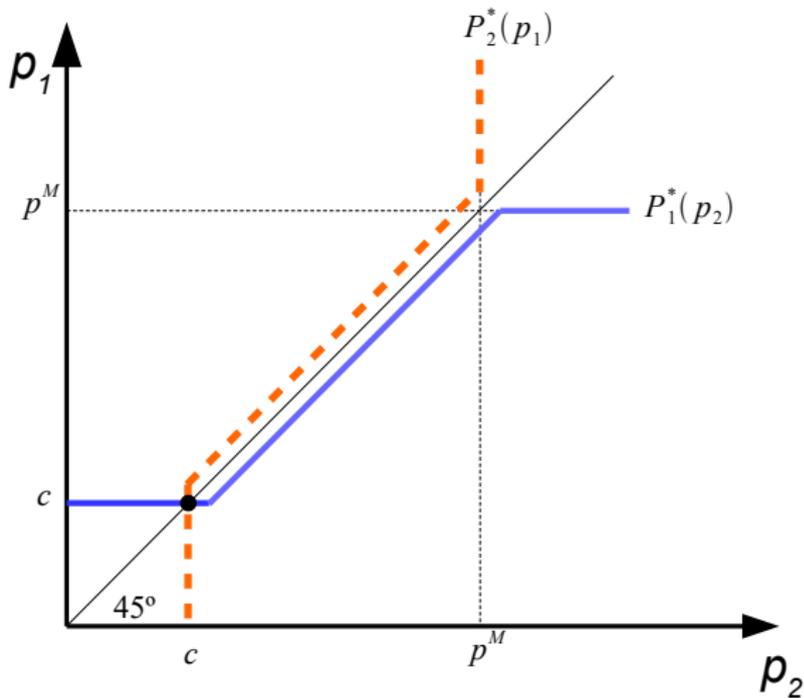
# Beneficios



# Funciones de reacción

$$p_i^*(p_j) = \begin{cases} p^M & \text{si } p_j > p^M \\ p_j - \varepsilon & \text{si } c \leq p_j \leq p^M \\ c & \text{si } p_j \leq c \end{cases}$$

# Funciones de reacción (gráfica)



# Índice

## Cournot

Modelo general

Modelo n empresas

## Bertrand

Equilibrio de Bertrand

Extensión: restricciones de capacidad

¿Bertrand o Cournot?

## Teorema

*Equilibrio de Bertrand: el único precio de equilibrio de este juego está dado por  $p_i^* = p_j^* = c$ , con  $\pi_i(p_i^*, p_j^*) = \pi_j(p_i^*, p_j^*) = 0$ .*

# ENB (Demostración)

## Demostración.

La demostración es en dos partes: 1-  $p_i^* = p_j^* = c$  es un equilibrio de Nash (EN); 2-  $p_i^* = p_j^* = c$  es el único EN.

1) Para que sea un EN, ninguna empresa debe tener incentivos a desviarse dado lo que jugó la otra.

Sea  $p_1^* = c$  ¿tiene incentivo la empresa 2 a fijar  $p_2 \neq c$ ? Veamos: si  $p_2 = c \Rightarrow \pi_2 = 0$ ; si  $p_2 < c \Rightarrow \pi_2 < 0$  (tiene toda la demanda pero no cubre los costos); y si  $p_2 > c \Rightarrow \pi_2 = 0$  (nadie le compra).  $\Rightarrow$  si  $p_1^* = c, p_2 = c$ .

El mismo razonamiento es válido para la empresa 1 cuando la empresa 2 juega  $p_2 = c$ . □

# ENB (Demostración, cont.)

## Demostración.

Por contradicción, supongamos que existe un precio de equilibrio diferente a  $(c, c)$

(A)  $p_i^* < c \leq p_j^*$  o  $p_i^* < p_j^* \leq c$ . La empresa  $i$  está haciendo beneficios negativos, dado que toda la demanda recae sobre ella  $\Rightarrow$  puede llevar el precio a  $p_i' = c$  y ahora  $\pi_i' = 0 > \pi_i^* \Rightarrow$  no puede ser un EN.

(B)  $p_i^* = c < p_j^*$ . La empresa  $i$  hace  $\pi_i^* = 0 \Rightarrow$  puede fijar un precio  $p_i' = p_j^* - \varepsilon \Rightarrow \pi_i' > 0 = \pi_i^* \Rightarrow$  este no puede ser un EN.

(C)  $c < p_i^* \leq p_j^*$ .  $\pi_j^* = 0 \Rightarrow$  fija  $p_j' = p_i^* - \varepsilon$  y gana toda la demanda,  $\Rightarrow \pi_j' \geq \pi_j^* = 0 \Rightarrow$  este no puede ser un EN. □

# ENB: interpretación

- ▶ Paradoja: precio igual al  $CMg$ , aún siendo 2 !!.
- ▶ No se sostiene si se levantan los supuestos
  1. Diferenciación de productos
  2. Competencia dinámica
  3. Restricciones de capacidad
  4. Costos asimétricos

# Índice

## Cournot

Modelo general

Modelo n empresas

## Bertrand

Equilibrio de Bertrand

Extensión: restricciones de capacidad

¿Bertrand o Cournot?

# Presentación

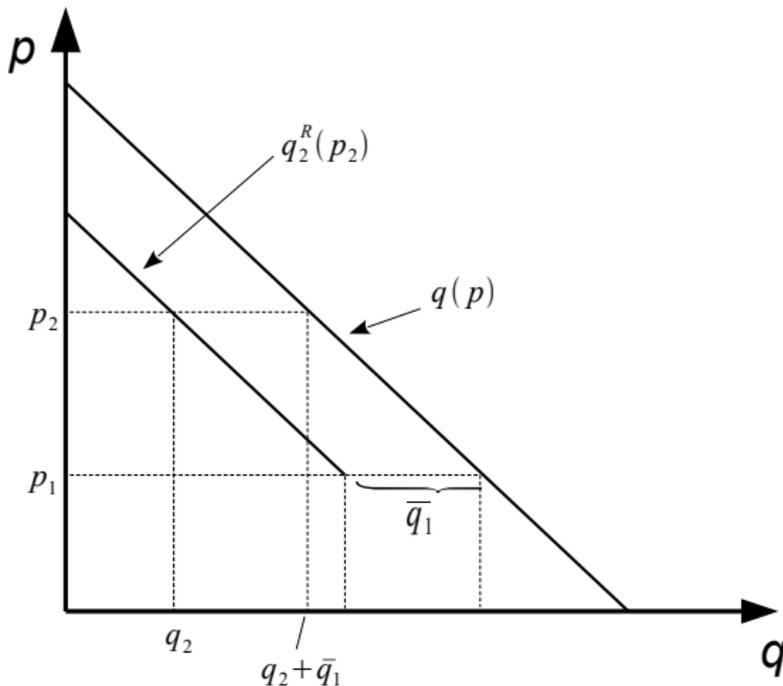
- ▶ ¿Se sostiene el resultado si las empresas enfrentan restricciones de capacidad?
- ▶ Modelo en dos etapas:  $t = 1$  las empresas eligen capacidad;  $t = 2$  compiten en precio
- ▶ Costos:  $C_i^1(q_i) = \frac{3}{4}q_i$  para el momento 1;  $\frac{3}{4}$  es el costo por unidad de capacidad  $q_i$
- ▶ Costos:  $C_i^2 = \begin{cases} 0 & \text{si } q_i \leq \bar{q}_i \\ \infty & \text{si } q_i > \bar{q}_i \end{cases}$
- ▶ Demanda de mercado  $q = 1 - p \Rightarrow p = 1 - q_1 - q_2$

# Regla de racionamiento

- ▶ Regla de racionamiento eficiente: dos empresas con precios  $p_1 < p_2$
- ▶  $\bar{q}_1 < q(p_1)$ ; la empresa 1 no puede satisfacer toda la demanda al precio fijado
- ▶ La demanda residual de la empresa 2 es:

$$q_2^R(p_2) = \begin{cases} q(p_2) - \bar{q}_1 & \text{si } q(p_2) > \bar{q}_1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

# Regla de racionamiento (gráfico)



## Solución: previo

- ▶ Vamos a acotar los posibles valores de  $\bar{q}_i$
  - ▶ Máximos beneficios en  $t = 2$   $\pi^M \Rightarrow \pi = pq = p(1-p) \Rightarrow \frac{\partial \pi}{\partial p} = 0 = (1-p) - p \Rightarrow p = \frac{1}{2} \Rightarrow q = \frac{1}{2} \Rightarrow \pi = \frac{1}{4}$
  - ▶ Máximos beneficios en  $t = 1$  netos de costos de capacidad:  
 $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\bar{q}_i \Rightarrow \bar{q}_i \leq \frac{1}{3}$
- $\Rightarrow \bar{q}_1, \bar{q}_2 \in \left[0, \frac{1}{3}\right]$

## Solución: etapa 2

► Solución:  $p^* = 1 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2)$  único equilibrio

1. ¿ $p_i < p^*$ ? No, porque están racionadas

2. ¿ $p_i > p^*$ ?

►  $\pi_i = p_i q_i = p_i(1 - p_i - \bar{q}_j)$ , incluye regla de racionamiento.

Invirtiendo  $\pi_i = (1 - q_i(p_i) - \bar{q}_j) q_i(p_i)$ ;  $q_i(p_i)$  es la demanda residual de la empresa  $i$  por la regla de racionamiento  $\Rightarrow q_i(p) \leq \bar{q}_i$ , debido a que  $p_i > p^*$

►  $\left. \frac{\partial \pi}{\partial q_i(p)} \right|_{q_i(p)=\bar{q}_i} = 1 - 2\bar{q}_i - \bar{q}_j$ . Como  $\bar{q}_1, \bar{q}_2 \in [0, \frac{1}{3}]$ ,  
 $\Rightarrow \left. \frac{\partial \pi}{\partial q_i(p)} \right|_{q_i(p)=\bar{q}_i} > 0$ , y la función  $\pi_i$  es cóncava  $\Rightarrow$  cualquier  $q_i(p_i) < \bar{q}_i$  implica  $\pi_i(q_i(p)) < \pi_i(\bar{q}_i)$ ,  $\forall q_i(p) < \bar{q}_i$ .  $\Rightarrow$  fijar  $p_i > p^*$  no es óptimo

# Solución: etapa 1

- ▶ Beneficios  $\pi_i(\bar{q}_i, \bar{q}_j) = \left(p^* - \frac{3}{4}\right) \bar{q}_i = \left(1 - \bar{q}_i - \bar{q}_j - \frac{3}{4}\right) \bar{q}_i$
- ▶ Problema formalmente idéntico a Cournot
- ▶ Bertrand con restricciones de capacidad es un Cournot !

## Uso estratégico de la capacidad

La elección de la capacidad en  $t = 1$  relaja la competencia en  $t = 2$



## Variable estratégica relevante

- ▶ En modelos de oligopolio la competencia en precios o cantidades arroja resultados diferentes
- ▶ ¿Cuál es la restricción relevante en el largo plazo?
- ▶ Capacidad:  $\Rightarrow$  modelo de Cournot: acero, cemento, autos, productos agrícolas
- ▶ Precio: dado el precio de empresa  $j$  la empresa  $i$  abastece toda la demanda  $\Rightarrow$  modelo de Bertrand: seguros, programas de software, ebooks